



Berichte aus dem
Institut für Technische Optik

Nr. 86

INSTITUT FÜR
TECHNISCHE OPTIK
UNIVERSITÄT STUTT GART

Goran Bastian Baer

Ein Beitrag zur Kalibrierung
von Nicht-Null-Interferometern
zur Vermessung von Asphären
und Freiformflächen



Februar 2017



Universität Stuttgart

Ein Beitrag zur Kalibrierung von Nicht-Null-Interferometern zur Vermessung von Asphären und Freiformflächen

Von der Fakultät für Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Abhandlung

Dipl.-Ing. Goran Bastian Baer

aus Heidenheim an der Brenz

Hauptberichter: Prof. Dr. W. Osten
Mitberichter: Prof. Dr. R. Schmitt
Tag der mündlichen Prüfung: 19.12.2016

Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart

2016

ISBN 978-3-923560-85-1

D 93 Stuttgart

Vorwort des Herausgebers

Moderne Bearbeitungstechnologien ermöglichen es in zunehmendem Maße, maßgeschneiderte funktionale Oberflächen für vielfältige Anwendungen zu fertigen. Im Fall der optischen Funktionsflächen bieten insbesondere Asphären und mehr noch frei geformte Flächen zahlreiche Vorteile im Vergleich zu konventionellen sphärischen Elementen. Die weitaus größere Flexibilität im Flächendesign schafft das Potential für die Eliminierung von Aberrationen, ohne das System in seinen Ausdehnungen zu vergrößern und damit Gewichtszunahme in Kauf nehmen zu müssen. Im Gegenteil, eine Reduzierung der Abmessungen und des Gewichts bei gleichzeitiger Verbesserung der Funktionalität des Systems sind sichtbare Ergebnisse dieses Trends. Die deutliche Zunahme an Flexibilität muss jedoch mit einem nicht geringen Preis bezahlt werden. Setzt man voraus, dass die Berechnung des gewünschten Designs durch die mittlerweile nahezu unbegrenzten Hardware- und Software-Ressourcen keinen Flaschenhals mehr bildet, dann muss jedoch in Betracht gezogen werden, dass ultra-präzise Bearbeitungstechnologien, wie single point diamond turning (SPDT), computer controlled polishing (CCP), ion-beam finishing (IBF) und magnetorheological finishing (MRF), inzwischen unverzichtbar sind. Die Gewährleistung einer hohen Prozessstabilität und einer im wirtschaftlichen Sinn gewinnbringenden Produktion erfordert zudem eine kontinuierliche Überwachung des Entstehungsprozesses der Oberfläche in Bezug auf Formfehler, Welligkeiten, lokale Defekte, Werkzeugspuren und Rauheit.

Daher ist der Ruf nach präziser und fertigungs-integrierter Messtechnik für diesen Produktionszweig seitens Herstellern und Nutzern entsprechender Technologien in den zurückliegenden Jahren immer lauter geworden. Die Wunschliste beinhaltet jedoch einige Kernpunkte, die die Messtechnikentwickler in den zurückliegenden Jahren mit großen Herausforderungen konfrontiert haben. Dazu zählt insbesondere die Gewährleistung einer hohen Designfreiheit, wie zulässige Gradienten, Durchmesser, und Abweichungen von der best-passenden Sphäre, Robustheit des Systems gegenüber externen Einflüssen, die Fähigkeit zur kontinuierlichen Überwachung des Bearbeitungsprozesses im Hinblick auf die zeitnahe Erkennung von Abweichungen, ohne dass der Prozess für mehrere Minuten unterbrochen werden muss, eine verlässliche und verifizierte Messunsicherheit nach GUM von besser als einem Zehntel der Wellenlänge über der gesamten Fläche, die Rückführbarkeit der Ergebnisse auf den Meter-Standard, hohe laterale Auflösung im Messfeld sowie eine Auflösung der topographischen Daten besser als 1 nm.

Inzwischen gibt es mehrere kommerzielle Lösungen, die sich diesen Zielstellungen zumindest nähern. Dabei zeichnet sich ab, dass es nur bei Einsatz optischer „Antast“-Prinzipien gelingt, diesen Forderungskatalog zu erfüllen. Optische Messtechniken liefern im Vergleich zu taktilen Verfahren einen weitaus günstigeren Zugang zur Erfassung von Oberflächen unterschiedlichster makroskopischer und mikroskopischer Ausprägung. Dieses Urteil stützt sich sowohl auf das berührungslose und flächenhafte Prinzip der Antastung als auch die elegante Skalierbarkeit optischer Methoden, wodurch insgesamt eine fertigungsnahe Vermessung verschiedenster Objektklassen in Prozess-Echtzeit ermöglicht wird. Aufgrund der o.g. Designfreiheit und der daraus resultierenden potentiellen Vielfalt an Realisationsmöglichkeiten können jedoch keine optischen Standardmessrezepte angeboten werden, wie sie von klassischen Interferometerkonzepten her bekannt sind. Die Möglichkeit, für jeden Asphären- bzw. Freiformtyp den maßgeschneiderten Null-Kompensator, z.B. in Form eines Hologramms, zu fertigen, ist zwar prinzipiell denkbar, aus Kosten- und Zugriffsgründen jedoch unattraktiv. Daher richten sich breite internationale Anstrengungen auf die Erkundung und Implementierung von flexiblen Prüftechniken, die ohne körperliche Kompensatoren eine möglichst breite Palette von Asphären- und Freiformflächen abdecken. Es ist offenkundig, dass alle genannten Leistungsmerkmale nur schwer durch ein konkretes System bestimmter Ausprägung zu gewährleisten sind. Insofern gilt es stets einen auf die Zielapplikation abgestimmten fairen Kompromiss zu finden.

Mit dem am ITO erfundenen und implementierten Tilted Wave Interferometer (TWI) besteht zumindest die Hoffnung, dass sich der gesuchte Kompromiss in der durch die Fa. Mahr gefertigten und vertriebenen Gerätelösung in einem hohen Maß wiederfindet. Prinzipiell gilt es, aus den gemessenen Phasen aller durch die verkippten Wellenfronten erzeugten Subaperturen eine die Funktionsfläche repräsentierende Wellenfront höchster Präzision zu rekonstruieren. Der Vorteil des sog. Single-Shot-Prinzips, das durch die simultane Beleuchtung der Fläche mit einer großen Anzahl von verkippten Wellenfronten ermöglicht wird, geht jedoch einher mit der Aufgabe des Nulltests und konsequenterweise mit der Notwendigkeit der genauen Kenntnis des verwendeten optischen Kanals. Dies rührt daher, dass alle verkippten Wellenfronten das System nun auf verschiedenen Wegen durchlaufen und folglich das elegante Common-Path-Prinzip aufgegeben werden muss, was nicht-tolerierbare Retrace-Fehler zu Folge hat. Die präzise Kalibrierung des Systems, welche einer Identifikation der wesentlichen Systemparameter gleich kommt, wird damit zur unverzichtbaren Komponente des Tilted-Wave-Prinzips. Gelöst wird dies aktuell durch eine sog. Black-Box-Kalibrierung, deren Kern in der Lösung eines komplexen inversen Problems besteht.

Hier setzt die Dissertationsschrift von Herrn Baer an. Im Ergebnis systematischer Untersuchungen zur Funktionsweise des TWI, in deren Ergebnis eine physikalisch begründete Simulationsumgebung geschaffen werden konnte, gelingt dem Kandidaten die Implementierung eines

neuartigen Kalibrierverfahrens, das geprägt ist durch hohe Identifikationsstabilität und –genauigkeit. Mit der durch Herrn Baer erstmals geschaffenen holistischen Simulationsumgebung wird es möglich, relevante Fehlereinflussfaktoren weitaus besser zu charakterisieren, systematische Maßnahmen zu deren Reduzierung zu ergreifen und schlussendlich die Messunsicherheit entscheidend und verifizierbar auf jene Beiträge zu reduzieren, die von den Anwendern gefordert werden. Die experimentelle Überprüfung der theoretisch gewonnenen Erkenntnisse zählt dabei genauso zum Inhalt der Dissertation, wie die konkrete Weiterentwicklung des TWI-Prinzips in Richtung eines Fizeau-Interferometers mit dem Potential der deutlich reduzierten Sensitivität gegenüber Umgebungseinflüssen, der Möglichkeit der Absolutmessung und der Reduzierung des Einflusses hochfrequenter Aberrationen. Damit leistet Herr Baer insgesamt einen wertvollen Beitrag für die Weiterentwicklung der hochpräzisen Asphären- und Freiform-Messtechnik.

Stuttgart, Januar 2017

Wolfgang Osten

Inhaltsverzeichnis

Liste der Abkürzungen	11
Liste der Formelzeichen	13
Kurzzusammenfassung	15
Abstract	17
1. Einführung und Motivation	27
2. Stand der Technik	31
2.1. Punktweise messende Verfahren	31
2.2. Deflektometrie	32
2.3. Flächenhaft messende interferometrische Verfahren	33
2.3.1. Unterschied zwischen Nulltest- und Nicht-Nulltest-Verfahren	33
2.3.2. CGH Messtechnik	37
2.3.3. Scanning- und Stitching-Verfahren	37
2.3.4. Sub-Nyquist-Verfahren	38
3. Das Tilted Wave Interferometer (TWI)	39
3.1. Optische Funktion und Aufbau des TWI	39
3.2. Vorteile und Herausforderungen des Verfahrens	41
3.3. Verbessertes Optikdesign	42
3.4. Objektivdesign	45
3.5. Laboraufbau	47
3.6. Simulationsumgebung	48
3.6.1. Simulation der Kalibrierung	48
3.6.2. Simulation der Messung	50
3.7. Das Tilted Wave Interferometer mit Fizeau-Referenz	51
4. Kalibrierung des Tilted Wave Interferometers	57
4.1. Mathematische Modellierung des Interferometers	58

4.2.	Kalibrierung als inverses Problem	63
4.2.1.	Grundlagen der Kalibrierung	63
4.2.2.	Lösung des inversen Problems	66
4.3.	Bewertung der Stabilität und Eindeutigkeit unterschiedlicher Kalibrierkonfigurationen	68
4.4.	Auslegung der Blackboxpolynome	69
4.5.	Physikalische Konditionierung des Gleichungssystems	72
4.5.1.	Abdeckung der Parameterräume	72
4.5.2.	Nebenbedingungen zur Definition des Koordinatensystems	74
4.5.3.	Lineare Abhängigkeit der Kalibrierpositionen und Quellenwellenfronten	78
4.5.4.	Skalierung des Prüfraums	79
4.6.	Ergebnisse	84
4.7.	Übertragung der Methode auf herkömmliche Interferometer	89
4.8.	Nachfokussieren der Kamera	90
4.9.	Verifizierung des Kalibrierzustands	93
4.10.	Kalibrierung ebener Wellenfronten	94
5.	Messung von Asphären und Freiformfläche	97
5.1.	Grundlagen der Messung	97
5.2.	Justage des Prüflings	98
5.3.	Berechnung der polynomial beschreibbaren Oberflächenfehler	99
5.3.1.	Nebenbedingungen zur Lösung des Gleichungssystems	101
5.3.2.	Polynomiale Prüflingsbeschreibung	102
5.4.	Berechnung der höherfrequenten Oberflächenfehler	104
5.5.	Eliminierung der Justageeinflüsse	107
6.	Simulation der Fehlereinflüsse des TWI	111
6.1.	Modellierung der Fehlereinflüsse	112
6.1.1.	Fehljustage der optischen Baugruppen im Interferometer	112
6.1.2.	Phasenrauschen	113
6.1.3.	Radienfehler der Kalibrierkugeln	115
6.1.4.	Positionierungsfehler der Kalibrierkugeln	116
6.2.	Simulation der Fehlereinflüsse	118
6.2.1.	Einfluss der Fehlergrößen auf die Wellenfrontrekonstruktion der Kalibrierung	119
6.3.	Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation	121
6.4.	Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM	121

7. Experimentelle Verifikation	125
7.1. Messung an Referenzkugeln	125
7.1.1. Wiederholbarkeit und Messabweichung einer Kugelmessung	129
7.1.2. Wiederholbarkeit einer Kugelmessung mit Justagefehlern	130
7.1.3. Wiederholbarkeit einer Kugelmessung an unterschiedlichen Messpositionen	131
7.2. Vergleichsmessungen einer schwachen Asphäre	132
7.3. Messung einer starken Asphäre	134
7.3.1. Wiederholbarkeit einer Asphärenmessung mit Justagefehlern	134
7.3.2. Vergleichsmessungen einer starken Asphäre	136
7.4. Messung einer Freiformfläche	137
8. Zusammenfassung und Ausblick	141
A. Koeffizienten der verwendeten Prüflinge	145
Literaturverzeichnis	147

Liste der Abkürzungen

AFM	Atomic Force Microscope (Rasterkraftmikroskop)
CCD	Charge Coupled Device (Ladungsträgergekoppelte Schaltung)
CCSI	Chromatic Confocal Spectral Interferometry (Chromatisch konfokale Spektralinterferometrie)
CGH	Computer Generated Hologram (Computergeneriertes Hologramm)
CMM	Coordinate Measurement Machine (Koordinatenmessmaschine)
EUV	Extreme Ultra Violet
IBF	Ion Beam Figuring (Ionenstrahl-Polieren)
ITO	Institut für Technische Optik
LUT	Lookup-Tabelle
MRF	Magnetorheological Finishing (Magnetorheologisches Polieren)
NA	Numerische Apertur
OPD	Optical Path Difference (Optische Weglängendifferenz)
OPL	Optical Path Length (Optische Weglänge)
PLQA	Punktlichtquellenarray
PMD	Phasenmessende Deflektometrie
PSI	Phase Shifting Interferometry (Phasenschiebende Interferometrie)
PTB	Physikalisch Technische Bundesanstalt
PV	Peak to Valley ($\max(x) - \min(x)$)
RMS	Root Mean Square (quadratisches Mittel)
SUT	Surface Under Test (Prüfling)
SVD	Singular Value Decomposition (Singulärwertzerlegung)
TSVD	Truncated Singular Value Decomposition (abgeschnittene SVD)
TWI	Tilted Wave Interferometer (Interferometer mit verkippter Wellenfront)
VON	Variable Optical Null (Variable Nulloptik)
WLI	Weißlichtinterferometrie

Liste der Formelzeichen

A	Punkt im Raum
a_b	Abstand der Fokusse der Referenzwellen in der Fourier-Ebene
a_q	Abstand der Quellen auf dem Punktlichtquellenarray (PLQA)
\mathbf{A}	Variationsmatrix der Kalibrierung, Lineares Interferometermodell
\mathbf{A}_k	Variationsmatrix der Kalibrierung der Kameraverschiebung
\mathbf{A}_m	Variationsmatrix der Messung
b	Vektor optischer Weglängendifferenzen (OPD)
\hat{b}	Vektor optischer Weglänge (OPL)
\tilde{b}	Vektor optischer Weglängendifferenzen aller Strahlen in $\tilde{\mathcal{S}}$
c	Pose des Kamerachips im Raum
D	Polynomkoeffizienten der Prüflingsbeschreibung
d	w -Koordinate des Patchreferenzpunktes im Prüfraum
\vec{e}	Eigenvektor im \mathbb{R}^n
E_P, F_P	Referenzebenen der Pixelblackbox
E_Q, F_Q	Referenzebenen der Quellenblackbox
f	Funktion
\vec{g}	Ebene im \mathbb{R}^4
\mathfrak{G}	Nichtlineares Interferometermodell
Δh	Positionierungsfehler der optischen Baugruppen
\vec{i}_0	Richtungsvektor eines Strahls
i, j, k, l	Indices
M, N	normierte Koordinaten auf Punktlichtquellenarray
m, n	normierte Koordinaten auf Kamerachip
m', n'	normierte Koordinaten auf verschobenem Kamerachip
m, n	Indices
\vec{n}_0	Normalenvektor einer Fläche
$\mathcal{N}(\mu_0, \sigma^2)$	Normalverteilung mit Erwartungswert μ_0 und Standardabweichung σ
\mathcal{O}	Phasenrauschen der Bezugsstrahlen
o	Patchindex
P_{kl}	Koeffizienten der Pixelblackbox

\mathbf{p}_k	Zernike-Koeffizienten einer Pixelwellenfront
\mathbb{P}	\mathbb{R}^4 der Pixelblackbox mit den Koordinaten m, n, x, y
$p(p_x, p_y, p_z, p_\alpha, p_\beta, p_\gamma)$	Pose des Prüflings im Raum
\mathbf{Q}_{ij}	Koeffizienten der Quellenblackbox
\mathbf{q}_i	Zernike-Koeffizienten einer Quellenwellenfront
\mathbb{Q}	\mathbb{R}^4 der Quellenblackbox mit den Koordinaten M, N, X, Y
\mathbf{R}_r	Koeffizienten der Referenzblackbox
r	Radius
$R_n^m(\rho)$	Radialterm des Zernike-Polynoms
\mathbf{S}	Vektor von Strahldefinitionen eines Patches
$\tilde{\mathbf{S}}$	Vektor von Strahldefinitionen aller Patches
S_0	Patch-Bezugsstrahl
u, v, w	Koordinaten im Prüfraum
\mathbf{U}	Links-Singulärvektor einer $SVD(\mathbf{A})$
\mathbf{V}	Rechts-Singulärvektor einer $SVD(\mathbf{A})$
W	Charakteristische Funktion
$\vec{\mathbf{u}}_0, \vec{\mathbf{v}}_0, \vec{\mathbf{w}}_0$	Eigenvektoren im Prüfraum
X, Y	normierte Koordinaten auf Quellenreferenzebene
\mathbf{x}	Modellparameter
x, y	normierte Koordinaten auf Pixelreferenzebene
Z_n^m	Zernike-Polynom
α, β, γ	Richtungskosinusse eines Strahls
ϵ	kleine Zahl größer als null
ϵ_b	Erweiterter Blendenbereich
κ	Konditionszahl einer Matrix
λ	Wellenlänge
λ_r	Regularisierungsparameter
μ_0	Erwartungswert einer Normalverteilung
ϕ	Phase einer Welle
Φ_v	Phasenfunktion
σ	Singulärwert einer $SVD(\mathbf{A})$
σ	Standardabweichung einer Normalverteilung
Σ	Singulärwerte einer $SVD(\mathbf{A})$
θ, ρ	azimutaler Winkel, normierte Radialkoordinate in Polarkoordinaten
$\xi_{(s,i)}$	Parameter des linearen Regressionsmodells
η, ζ	Index der Modellparameter, Index der Strahlen einer Variationsmatrix

Kurzzusammenfassung

In modernen optischen Systemen werden, neben herkömmlichen optischen Elementen mit sphärischen Oberflächen zunehmend Optiken mit asphärischer Oberfläche eingesetzt. Der Grund hierfür ist, dass sich die Funktion mehrerer sphärischer optischer Flächen oft durch die Funktion nur einer asphärischen Fläche ersetzen lässt. Des Weiteren lassen sich bei gleichbleibender Anzahl optischer Funktionsflächen deutlich bessere optische Eigenschaften realisieren. Für den anhaltenden Trend der Miniaturisierung, wie er beispielsweise bei Digitalkameras oder Smartphones zu beobachten ist, ist dies ein entscheidender Faktor. Auch im High-End-Bereich, wie etwa für Lithografieobjektive oder bei Teleskopspiegeln wird zunehmend auf asphärische sowie freigeformte Flächen gesetzt. Im Gegensatz zu Asphären sind Freiformflächen nicht auf rotationssymmetrische Formen beschränkt und bieten daher eine noch größere Anzahl an Freiheitsgraden für das Optikdesign. Eine Grundvoraussetzung für die Fertigung solcher Elemente mit ausreichender Genauigkeit ist es, diese vermessen zu können, da Messungen der Flächen zur Regelung der Fertigungsprozesse benötigt werden.

Das Tilted Wave Interferometer (TWI) ist ein am Institut für Technische Optik entwickeltes Verfahren zur Vermessung solcher Flächen, welches darauf basiert, den Prüfling parallel mit mehreren zueinander verkippten Wellenfronten im Nicht-Nulltest zu vermessen [70, 71, 38, 36, 34, 37, 4, 5, 9, 7, 29, 35, 8, 30, 102]. Durch die Messung im Nicht-Nulltest kann auf kostspielige Kompensationsoptiken verzichtet werden, wie sie für Messungen im Nulltest benötigt werden. Hierdurch ist das Verfahren hoch flexibel in Bezug auf unterschiedliche Prüflingsgeometrien. Die parallele Messung mit mehreren Wellenfronten ermöglicht dabei eine kurze Messzeit von unter einer Minute. Des Weiteren erzielt das Verfahren eine hohe laterale Auflösung sowie eine hohe Genauigkeit und ist unempfindlich gegen Justagefehler des Prüflings im Prüfraum. Der Preis, den man für diese Alleinstellungsmerkmal zahlen muss, ist die komplexe Kalibrierung des Interferometers.

Basierend auf früheren Arbeiten werden Methoden vorgestellt, welche die Genauigkeit der Kalibrierung um mehrere Größenordnungen steigern. Das Verfahren der Kalibrierung ist dabei nicht auf das TWI begrenzt, sondern kann auch zur Kalibrierung anderer Interferometer verwendet werden, um Messungen im Nicht-Nulltest zu ermöglichen. Aus den Eigenschaften der

Kalibrierung ergeben sich zusätzlich neuartige Möglichkeiten für die Messauswertung, welche die Anforderungen an die Genauigkeit der Prüflingsjustage deutlich entspannen. Es wird ein verbessertes Optikdesign für das TWI vorgestellt, welches einige Schwächen des alten Designs beseitigt und zudem deutlich kompakter ist. Des Weiteren wird ein neuartiges Optikdesign für das TWI vorgestellt, welches nicht wie bisher auf einer Twyman-Green-, sondern auf einer Fizeau-Anordnung basiert, woraus sich weitere Vorteile ergeben. Abschließend werden Simulationsergebnisse sowie experimentelle Messungen vorgestellt, welche die vorgestellten Methoden verifizieren. Neben Messungen an Asphären wird eine Messung an einer Freiformfläche vorgestellt, wie sie im Rahmen dieser Arbeit erstmalig realisiert werden konnte.

Abstract

Classical optical systems mainly use optical elements with spherical surface shapes. In such systems typically many lenses are needed for the correction of aberrations, which leads to heavy and bulky optical systems. Aspherical elements offer a highly increased degrees of freedom for the optics design. This enables the construction of more compact optical systems with a higher optical performance, compared to a design that is based on classical spherical elements. As a logical consequence of these advantages aspherical elements are more and more used in modern optical systems. The applications reach from low cost consumer products like smartphone cameras to high-end applications like lithography lenses or space applications. Freeform surfaces without rotational symmetry enable even more sophisticated optical designs. The techniques for the fabrication of these elements have improved vastly over the last years, enabling the high accurate fabrication of aspheric and freeform surfaces. For the control of the fabrication process a measurement of the surface is indispensable. Therefore a surface can only be fabricated with the accuracy it can be measured. Besides the accuracy, a high lateral resolution as well as a short measurement time is desirable. Further the flexibility in regard to the measurable surface shapes is an important factor for the integration of a measurement system into the production chain of such optical elements. For the measurement of spherical elements interferometric null-test measurements are very common. However for the measurement of an aspheric surface in null-test, condition compensation optics are needed. Such compensation elements which can be realized as computer generated holograms (CGH) are very costly, since for every surface shape a matching CGH has to be fabricated. Other methods like stitching [90, 129, 107, 141, 24, 23] or scanning [66, 74, 140] approaches are more flexible, however the measurement time of such instruments is much higher.

The Tilted Wave Interferometer (TWI) is a non-null-test interferometer that has been developed at the Institut für Technische Optik (ITO) at the University of Stuttgart [70, 71, 38, 36, 34, 37, 4, 5, 9, 7, 29, 35, 8, 30, 102, 29, 28]. It uses a set of tilted wavefronts to locally compensate the deviation of the surface under test from the spherical form without the need for compensation optics. The device is highly flexible and can not only measure aspheric surfaces, but also non rotational symmetric freeform surfaces. Like all full-field interferometric methods the TWI has a high lateral resolution and accuracy combined with a short measurement time of under

one minute. The unique combination of these features make the TWI a perfect device for the integration into the process chain of asphere and freeform surface production.

In this thesis a contribution to the calibration as well as the measurement evaluation of the TWI is presented. Further a simulation environment is presented, that allows the estimation of error influences as well as measurement uncertainties. The simulation results are verified by experimental measurement results of aspheric as well as freeform surfaces. Further the measurement uncertainty of the method is determined experimentally by the measurement of well known spherical reference objects in non-null-test condition. The methods for the calibration as well as the measurement evaluation proposed in this thesis are not limited to the TWI but can also be used for the calibration of other non-null-test interferometers.

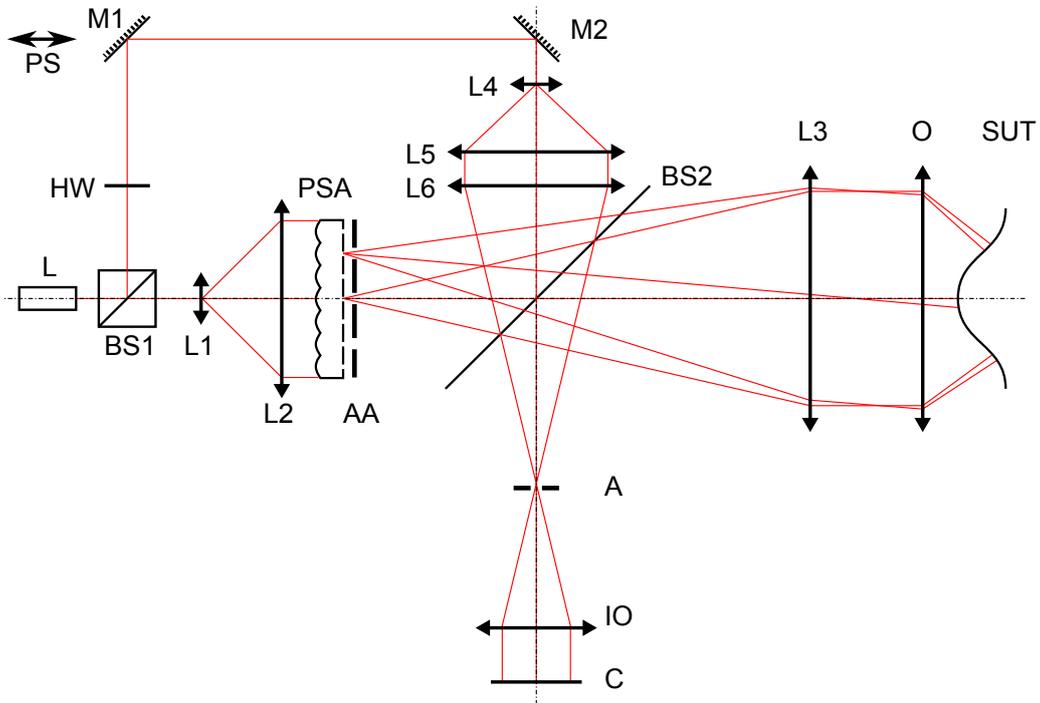


Figure 1.: Schematic setup of a TWI. L : Laser; $BS1$, $BS2$: Beamsplitter; $L1$ - $L6$: Lenses; PSA : Point source array; AA : Aperture array; O : Objective lens; SUT : Surface under test; $M1$, $M2$: Mirrors; HW : Half wave plate; PS Phase shifting piezo actuator; A : Aperture; IO : Imaging optics; C : Camera

The basic setup of the TWI is shown in figure 1. A laser source (L) emits coherent light, that is splitted into a test beam and a reference beam by a polarizing beamsplitter ($BS1$). The light in the test arm passes a telescope consisting of two lenses ($L1$ and $L2$) and illuminates the point source array (PSA). The point source array consists of a substrate with a diffractive microlens array on the first side, as well as a pinhole array on the backside. The light emitted by the point sources generates a two-dimensional array of test wavefronts, that are collimated

by a collimation lens ($L3$). The distance between the sources is chosen in a way, that the surface under test can be measured without gaps and a slight overlap between neighboring sources. To prevent a interference between neighboring sources on the camera, a switchable aperture array (AA) is used to block every second source in each row and each column. For adaptation of the basic curvature of the surface under test (SUT) a objective lens (O) converts the plane wavefronts to spherical wavefronts. The tilt of the different wavefronts is used to locally compensate the deviation of the SUT from the spherical form. After being reflected by the SUT the light propagates back to the beamsplitter ($BS2$) and is reflected into the camera arm of the interferometer. In the Fourier plane [41] it has to pass the interferometer aperture (A) that blocks all the parts of the test wavefronts that would not fulfill the Nyquist criterion [94] of the camera (C). Behind the aperture the light passes the imaging optics (IO) and propagates to the camera. The light of the reference wave passes a half wave plate (HW) and is guided by mirrors ($M1$ and $M2$) to a telescope consisting of two lenses ($L4$ and $L5$). Lens $L6$ focuses the light to the center of the Fourier plane of the interferometer. After passing the imaging optics (IO), the light interferes with the test wavefronts at the camera (C). For the reconstruction of the phase shifting is applied to the reference wavefront by a piezo actuator (PS) that is mounted to a mirror in the reference path.

As a part of this thesis an improved setup for the interferometer has been developed, which uses an additional beamsplitter cube to couple the reference wavefront into the camera arm¹. The improved setup is much more compact in size and weight and generates less unwanted reflexes, which leads to less noise and therefore a higher measurement accuracy.

Further a setup for the interferometer, that uses a Fizeau transmission sphere to generate the reference wavefront is proposed². The advantage of a Fizeau setup is the strongly reduced sensitivity to mechanical and thermal influences. Another advantage is, that due to the partially common path of the reference as well as the test wavefront high frequency aberrations in the system lead to less measurement errors compared to a Twyman-Green setup.

When measuring in non-null test, retrace errors are introduced to the measurement. To reconstruct the form of the surface under test these retrace errors have to be known. Therefore, the biggest challenge with non-null interferometric measurements is the calibration of the device. The tilted wave interferometer uses a black-box model based calibration method [70, 8] consisting of two black-boxes³. A schematic model of the black-boxes is shown in figure 2.

¹see section 3.3

²see section 3.7

³see section 4

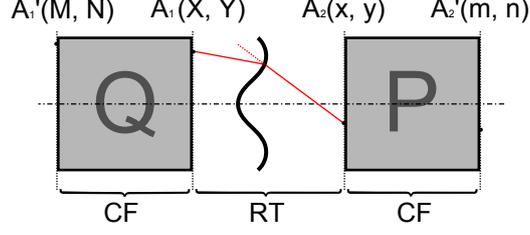


Figure 2.: Setup of the black-box description of the TWI: The source-black-box Q describes the aberrations of the illuminating wavefronts. The pixel-black-box P describes the OPL of the rays from the test space to the camera. The optical path of the rays in the test space as well as the reflection at the SUT is calculated by classical ray tracing. M, N : normed discrete coordinate of the sources; m, n : normed discrete coordinates of the pixels on the camera; X, Y, x, y : continuous normed coordinates on the reference planes

The first black-box Q describes the optical path length (OPL) from the point sources to a reference plane in the test space of the interferometer. The OPLs of a ray through the black-box can be expressed as

$$\hat{W}_Q(X, Y, M, N) = \sum_{ij} \mathbf{Q}_{ij} Z_j(M, N) Z_i(X, Y), \quad (0.1)$$

where M, N are the normalized coordinates of the source on the PSA , X and Y are the normalized coordinates on the reference plane, Z_i and Z_j are Zernike polynomials [132] and i, j are sequential indexes of the polynomials [93]. The polynomial coefficients are \mathbf{Q}_{ij} . The second black-box P describes the imaging part, from a second reference plane in the test space to the camera. The OPLs of a ray from the test space to the camera plane can be expressed as

$$\hat{W}_P(x, y, m, n) = \sum_{kl} \mathbf{P}_{kl} Z_l(m, n) Z_k(x, y), \quad (0.2)$$

with m, n being the normalized coordinates on the camera plane, x and y being the normalized coordinates on the reference plane in the test space, Z_k and Z_l being Zernike polynomials with the sequential indexes k and l and the polynomial coefficients \mathbf{P}_{kl} .

With the polynomial coefficients of the black-boxes known, it is possible to calculate an arbitrary ray over a surface in the test space. A first guess for the polynomial coefficients can be obtained from the ray tracing model of the nominal interferometer design. Since the real interferometer always differs from the nominal design the polynomial coefficients \mathbf{Q}_{ij} and \mathbf{P}_{kl} have to be calibrated to represent the optical paths in the real interferometer. For the calibration several known reference spheres are measured at a set of different positions in the test space.

Besides the unknown black-box parameters also the position of the reference spheres during the calibration process is regarded as unknown. This is necessary because of the positioning error of the stage. In each position a grid of rays from the sources over the reference sphere to the camera is defined and the OPL of those rays is measured by phase shifting interferometry. With the measured OPLs $\tilde{\mathbf{b}}_{real}$ of the calibration measurements all unknown parameters \mathbf{x}_i including the coefficients of the black boxes as well as the positions of the reference spheres can be calculated iteratively by the solution of an inverse ill posed problem [70, 8]. For the solution of the problem the variation matrix \mathbf{A} is defined. Each column of \mathbf{A} contains the change of the OPLs $\tilde{\mathbf{b}}$ for a change of a parameter x about ϵ . With \mathbf{A}^+ being the pseudo inverse of \mathbf{A} the unknown parameters \mathbf{x} can be calculated by

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \frac{\mathbf{A}^+ * (\tilde{\mathbf{b}}_{real} - \tilde{\mathbf{b}}_{i-1})}{\epsilon}. \quad (0.3)$$

Iteration is needed, since the real problem is not perfectly linear. The quality of the wavefront reconstruction strongly depends on the parameters used for the calibration. These parameters include the nominal measurement positions and radii of the reference spheres, the selection of the rays used in the inverse problem, as well as side conditions for the system of linear equations.

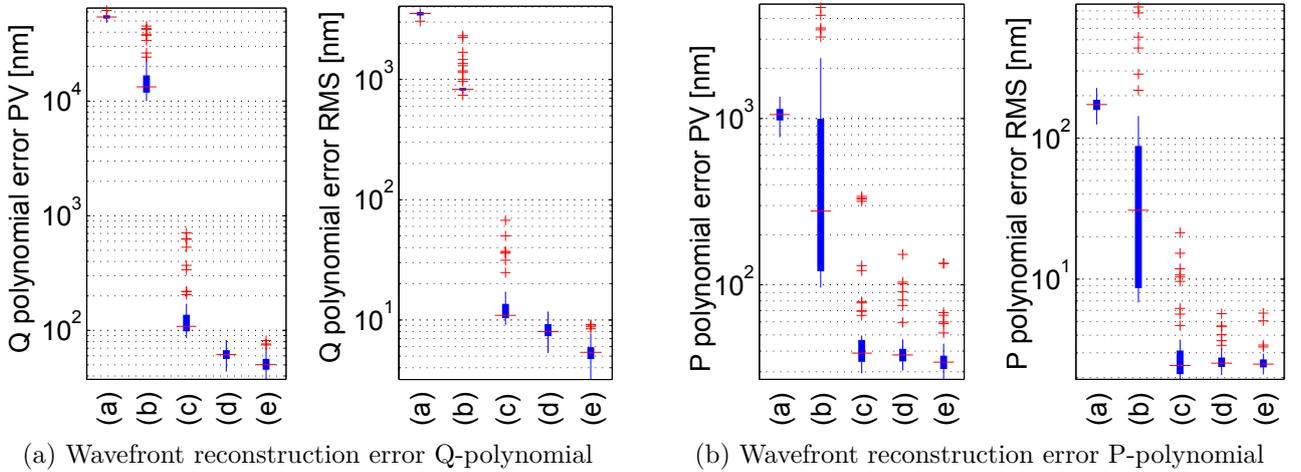


Figure 3.: Chronological reduction of the wavefront reconstruction error that could be achieved during the work for this thesis. (a) Wavefront reconstruction error without any improvements; (b) With additional positions that contain information of several sources; (c) With a second calibration sphere as well as some additional calibration positions; (d) With improved coverage of the calibration space; (e) Final optimized calibration; Red line: Mean value; Blue area: Values in between 25%-75%-quantile; Blue line: Area covered by the whole population; Red crosses: outlier

During the work for this thesis several strategies for a physical conditioning of the ill posed problem have been developed that lead to a strongly improved reconstruction of the black-box

wavefronts. A chronological improvement of the wavefront reconstruction error, that could be achieved is shown in figure 3. By these improvements the wavefront reconstruction error could be reduced by almost 3 orders of magnitude from about $5 * 10^4 \text{ nm}$ to about 50 nm ($\frac{\lambda}{10}$) for Q as well as from about $1 * 10^3 \text{ nm}$ to about 35 nm for P .

With the calibrated black-boxes it is possible to calculate an arbitrary ray over a surface in the test space through the interferometer. For the measurement evaluation the nominal description of the surface is used to calculate the nominal OPDs of the rays from the sources over the surface to the camera. A typical phase distribution as obtained when measuring a rotationally symmetric surface is shown in figure 4.

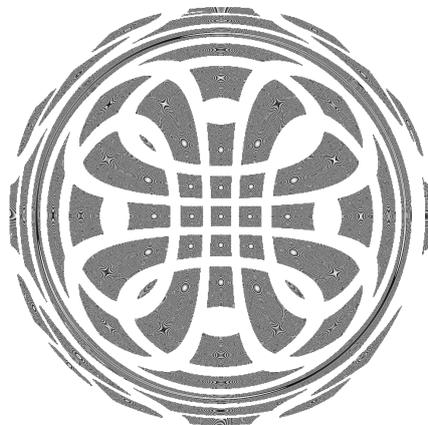


Figure 4.: Example of the patch distribution and phase of a typical asphere measurement with the aperture array in position #1.

The evaluation of the real surface shape is separated into three steps⁴. In the first step the coarse figure error of the surface is reconstructed. This is achieved by the solution of another inverse problem. Contrary to the calibration, this time the black-box parameters are known and the shape of the surface is unknown. The result of the calculation is a polynomial description of the surface. In the second steps the higher frequency errors of the surface, that can not be described by polynomials are reconstructed [9]. This is done by a projection of the residual error from the polynomial reconstruction to the SUT. In the last step the misalignment of the surface is estimated and the influence of the misalignment is eliminated from the measurement result [7]. Because of the non-null calibration all retrace errors, including those that are introduced by a misalignment of the surface, are known and therefore do not lead to measurement errors. This leads to strongly relaxed requirements for the alignment accuracy compared to null-test measurements.

⁴see section 5

For the verification of the calibration and measurement algorithms simulations⁵ as well as experimental investigations⁶ have been carried out. A sophisticated method for the estimation of the measurement uncertainty of the TWI is to measure a well known spherical surface in non-null-test condition. This can be done by defocusing the surface about several *mm* from the null-test position. The result of such an experiment is shown in figure 5. The surface was measured three times. One measurement was carried out with the surface aligned as good as possible to the measurement position (see figure 5a). For the other two measurements the surface was misaligned by 10 μm laterally (see figure 5b) and along the optical axis (see figure 5c). The measurement error for all three measurements is within 50 *nm* PV ($\frac{\lambda}{10}$). In figure 5e and 5d the difference between the measurements is shown. The reproducibility under the influence of 10 μm misalignment is within 10 *nm* PV.

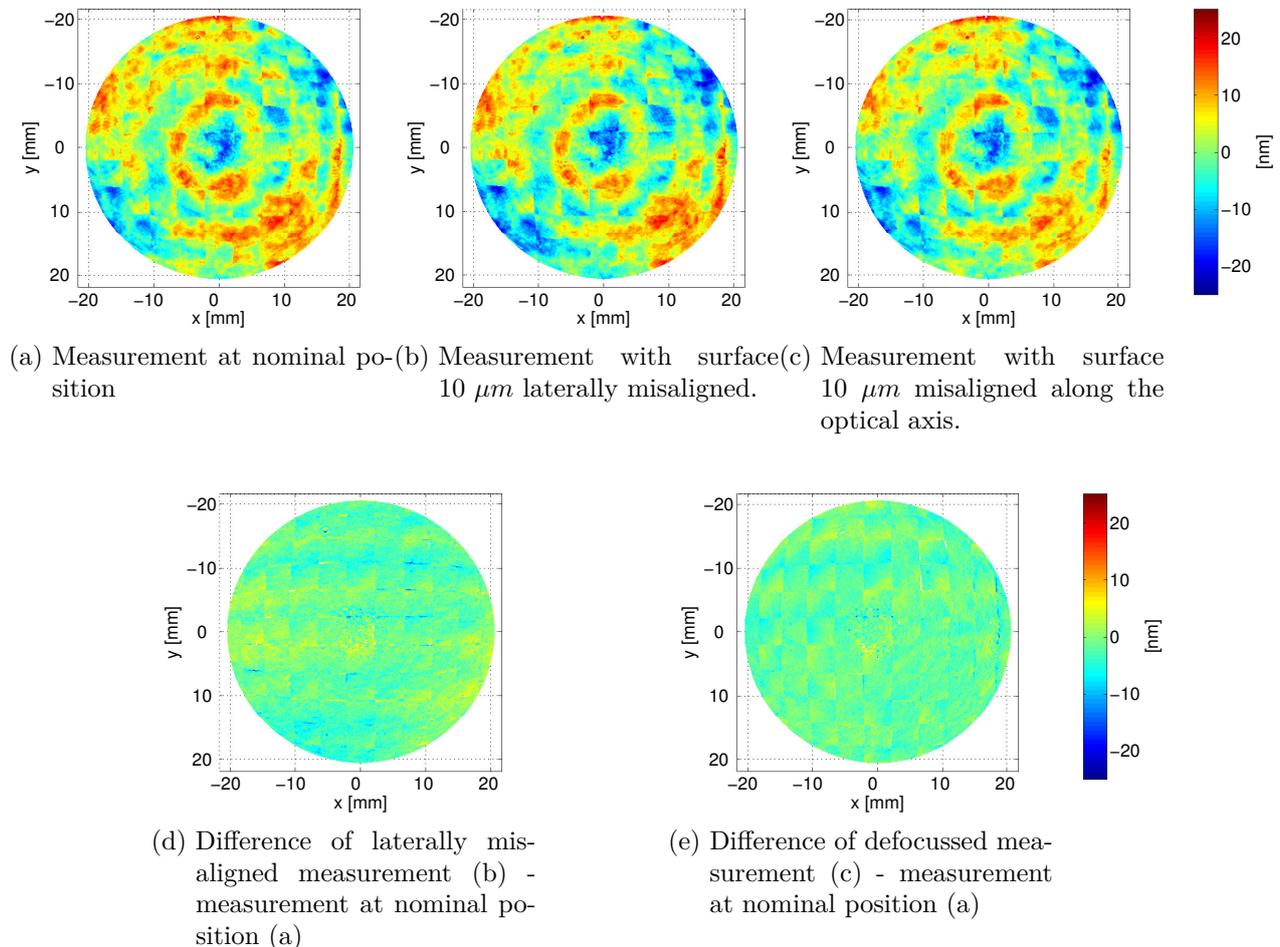


Figure 5.: Reproducibility of the measurement under the influence of misalignment

⁵see section 6

⁶see section 7

In figure 6 the measurement results of an aspheric surface with a deviation of about $650 \mu m$ from the best fit sphere is shown. The asphere was measured with the TWI, a tactile UA3P coordinate measurement machine as well as a Zygo Verifire[®] Asphere scanning Fizeau-interferometer. In the second row of the figure the differences between the measurements are shown. As can be seen the measurement results agree well within the measurement uncertainty of the participating measurement instruments. The surface was polished using a magneto rheological finishing (MRF) technique and the MRF-footprints can be clearly seen in all three measurements.

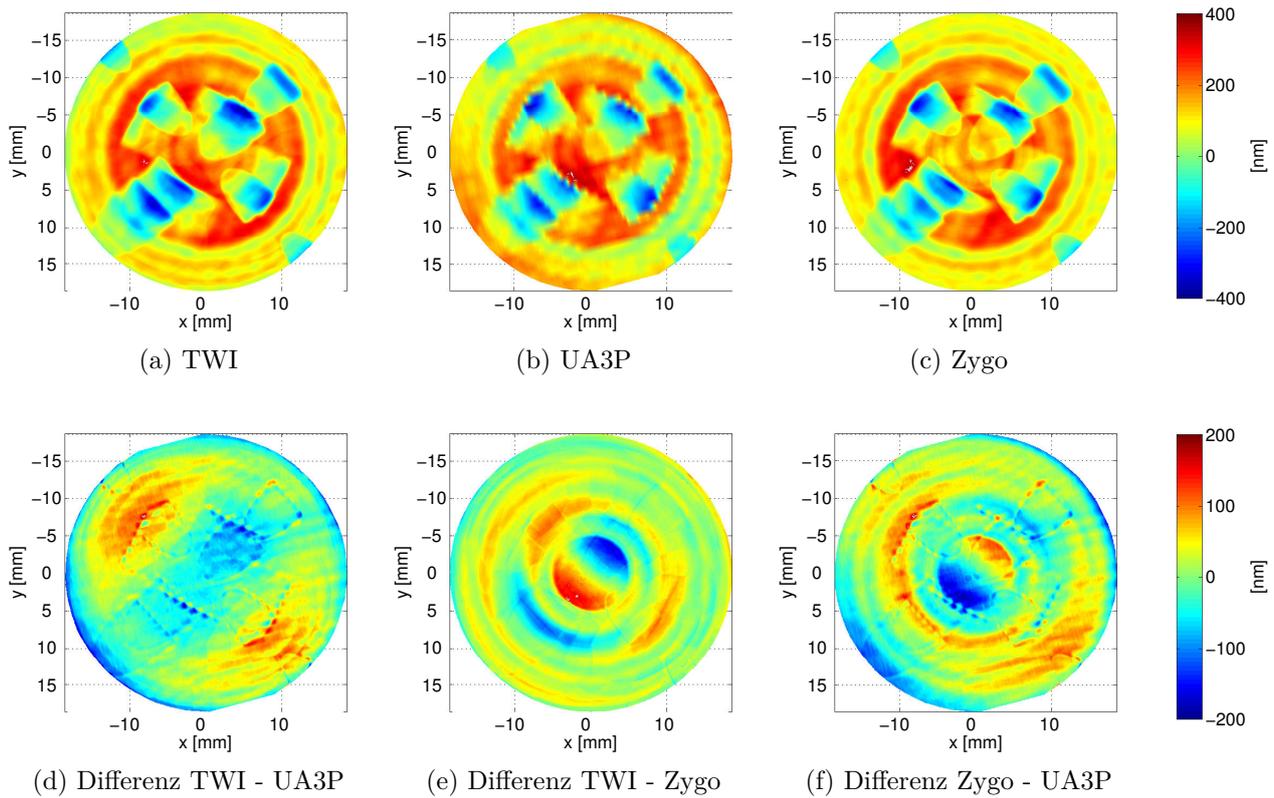


Figure 6.: Comparison of measurement results of a steep asphere with a deviation of $6^\circ PV$ from the best fit sphere. Defocus has been subtracted in all three measurements. (a) Measurement obtained by the TWI; (b) Measurement obtained by a tactile Panasonic UA3P CMM; (c) Measurement obtained by a Zygo Verifire[®] Asphere scanning Fizeau-interferometer; (d) Difference between TWI and UA3P data (For the comparison the data of the UA3P has been interpolated to the grid of the TWI data); (e) Difference between TWI and Zygo data; (For the comparison the data of the Zygo interferometer has been interpolated to the grid of the TWI data) (f) Difference between Zygo and UA3P measurement (For the comparison the data of the UA3P has been interpolated to the grid of the Zygo data)

The TWI can not only measure rotationally symmetric surfaces, but also freeform surfaces that do not have to show any kind of symmetry at all. In figure 7 the measurement of a freeform surface with an mainly astigmatic shape is shown. The surface is made of an aluminium alloy

and was fabricated by diamond turning. The footprints from the diamond tooling can be clearly seen in the measurement. Further there is a dent visible in the middle of the surface which is a typical artifact from the singularity of the turning process near the rotational axis.

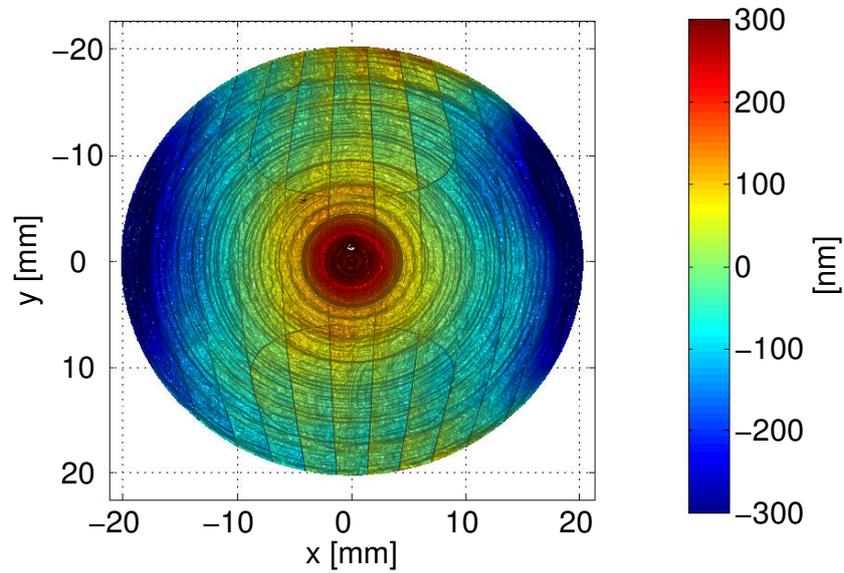


Figure 7.: Measurement result of a freeform surface. The surface has been fabricated by diamond turning. The tooling footprints with a depth of a few nm are clearly visible in the measurement result.

1. Einführung und Motivation

In klassischen optischen Systemen werden meist sphärische Linsen verwendet. Die Geometrie solcher optischer Elemente lässt sich durch Angabe der Krümmungsradien der Oberflächen und der Linsendicke vollständig beschreiben. Ein Nachteil solcher Systeme ist, dass zur Korrektur von Aberrationen oft sehr viele optische Elemente benötigt werden, was zu großen und schweren optischen Systemen führt. Ersetzt man die Kugelschale, welche die Oberflächen beschreibt, durch eine von der Kugelform abweichende, rotationssymmetrische Fläche so erhält man eine asphärische Linse. Solche Asphären werden meist über die Asphärengleichung [20] oder alternative polynomiale Darstellungen wie etwa Q-Polynome [25] beschrieben. Je nach Betrag der Abweichung von der sphärischen Form, welche typischerweise im Bereich von unter $1\ \mu\text{m}$ bis zu mehreren $100\ \mu\text{m}$ liegt unterscheidet man zwischen schwachen und starken Asphären.

Der Vorteil solcher Asphären ist die stark erhöhte Anzahl an Freiheitsgraden im Hinblick auf das Optikdesign. Hierdurch lassen sich bei gleicher Anzahl optischer Elemente Systeme mit deutlich verbesserten optischen Eigenschaften realisieren. Beispielsweise kann bei abbildenden Systemen durch die Verwendung nur einer Asphäre, sphärische Aberration vollständig korrigiert werden. Oft ist es auch möglich, mehrere sphärische Flächen durch eine asphärische Fläche zu ersetzen, wodurch die Baugröße und das Gewicht des Systems stark reduziert werden können. Aufgrund dieser Vorteile werden in modernen optischen Systemen zunehmend asphärische Optiken eingesetzt [14, 110]. Das Anwendungsgebiet von Asphären reicht von günstigen Kunststofflinsen zur Beleuchtungsformung, über Objektive für Digitalkameras oder Mikroskope bis hin zu High-End-Optiken wie Lithographieobjektive zur Herstellung von integrierten Schaltungen oder Teleskopoptiken.

Hebt man die Bedingung auf, dass die Oberfläche der Asphäre rotationssymmetrisch ist, so erhält man eine sogenannte Freiformfläche. Eine solche Freiformfläche lässt sich beispielsweise über ein zweidimensionales Polynom beschreiben [86]. Diese optischen Elemente bieten im Vergleich zu Asphären eine noch höhere Anzahl an Freiheitsgraden für das Optikdesign. So lassen sich durch Verwendung von Freiformflächen Gleitsichtgläser mit kontinuierlichem Brechkraftübergang oder Beleuchtungsoptiken mit nahezu beliebiger Verteilung der Energiedichte realisieren. Ein wichtiges Anwendungsgebiet besteht in optischen Systemen, bei welchen die optische

Achse gefaltet ist [120, 53]. Solche gefalteten Systeme ermöglichen eine kompaktere Bauweise und sind dadurch robuster gegen mechanische Störungen, wie beispielsweise Vibrationen oder thermische Einflüsse. Des Weiteren lässt sich durch die Faltung eine zentrale Vignettierung, wie sie beispielsweise bei Cassegrain-Teleskopen oder manchen katadioptrischen Systemen auftritt, vermeiden. Für bestimmte Wellenlängenbereiche, wie für Extrem-Ultraviolett (EUV)-Strahlung, welche für die nächste Generation der Halbleiterlithografie verwendet wird, existieren keine refraktiven Materialien mit tolerabler Absorptionsrate, sodass hier auf Spiegeloptiken ausgewichen werden muss. Um Vignettierungen zu vermeiden, ist hier ebenfalls ein gefalteter Strahlengang mit Freiformoptiken die Lösung der Wahl [131].

Trotz der Vielzahl an Vorteilen von Asphären und Freiformoptiken werden nach wie vor viele optische Systeme auf Basis klassischer sphärischer Optiken berechnet. Dies liegt an den um ein vielfaches höheren Herstellungskosten asphärischer Flächen. Verfahren zur Fertigung solcher Flächen haben in den letzten Jahren große Fortschritte gemacht. Technologien wie Magnetorheologisches Polieren (MRF) [89], Ionenstrahl-Polieren (IBF) [1, 18], Diamantdrehen oder Präzisionsfräsen [127] ermöglichen eine flexible, computergesteuerte und hochgenaue Fertigung solcher Flächen. Um die gewünschte Sollform zu erreichen, wird meist ein iterativer Prozess angewandt, bei welchem Messungen der Fläche zur Regelung des Bearbeitungsprozesses benötigt werden. Die Fläche lässt sich daher nur maximal in der Genauigkeit herstellen, in der sie vermessen werden kann. Neben einer ausreichenden Genauigkeit ergeben sich weitere Anforderungen an ein Messverfahren zur Kontrolle der Fertigung von Asphären und Freiformflächen. Um die Fertigungskosten zu minimieren, ist eine möglichst kurze Messzeit bei gleichzeitig hoher lateraler Auflösung anzustreben, sodass nur geringe Totzeiten an den Poliermaschinen entstehen. Es ist außerdem erstrebenswert, die Reaktionszeiten zwischen Messung und Anpassen der Fertigungsparameter zu minimieren um den Ausschuss gering zu halten und den Fertigungsprozess nicht zu unterbrechen, was durch fertigungsnahe Messtechnik erreicht werden kann.

Interferometrische Nulltest-Verfahren [80] genügen diesen Anforderungen, jedoch ist ihre Flexibilität stark eingeschränkt, da für jede Prüflingsform eine passende Kompensationsoptik gefertigt werden muss. Stitching- [23] oder Scanning-Verfahren [66] bieten eine hohe Flexibilität, jedoch werden die Messdaten zeitsequentiell aufgenommen, was die Messzeit stark erhöht. Zusätzlich wird teils eine komplexe Kinematik benötigt um den Prüfling in den einzelnen Messpositionen zu positionieren.

Das TWI ist ein am Institut für Technische Optik (ITO) der Universität Stuttgart entwickeltes und patentiertes Verfahren [70, 71, 38, 36, 34, 37, 4, 5, 9, 7, 29, 35, 8, 30, 102, 29, 28], welches eine kurze Messzeit, hohe Flexibilität sowie hohe Genauigkeit und laterale Auflösung in einem Verfahren vereint. Der Preis, zu dem man sich die einmalige Kombination dieser Eigenschaften erkaufte, ist eine aufwändige Kalibrierung des Interferometers sowie die hohe Komplexität der

Algorithmik. Ziel dieser Arbeit ist es, einen Beitrag zur Kalibrierung¹ sowie zur Messauswertung² des TWI zu leisten. Des Weiteren werden die Einflüsse unterschiedlicher Fehlergrößen abgeschätzt und es erfolgt eine Bewertung der Messunsicherheit des Verfahrens. Die vorgestellten Methoden sind dabei nicht auf das TWI beschränkt, sondern lassen sich auch auf andere Nicht-Nulltest-Interferometer übertragen. Des Weiteren werden Weiterentwicklungen des Optikdesigns sowie der Algorithmik vorgestellt, welche die Robustheit des Verfahrens gegenüber äußeren Einflüssen und die Flexibilität weiter erhöhen.

¹Siehe Kapitel 4

²Siehe Kapitel 5

2. Stand der Technik

Im Bereich der Messtechnik zur Vermessung von Asphären und Freiformflächen existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Lösungen. Der Grund hierfür ist, dass ein großes Spektrum an Prüfaufgaben mit unterschiedlichen Anforderungen an das Messsystem existiert, welches nicht komplett von einem Verfahren abgedeckt werden kann. Jedes Verfahren bietet dabei spezifische Vor- und Nachteile in Bezug auf Messzeit, Genauigkeit, laterale Auflösung sowie Flexibilität. Im Folgenden werden einige der am weitesten verbreiteten Methoden vorgestellt und die jeweiligen Merkmale der Verfahren erläutert.

2.1. Punktweise messende Verfahren

Koordinatenmessmaschinen (CMMs) stellen eine Möglichkeit dar, die Geometrie mechanischer, aber auch optischer Bauteile im \mathbb{R}^3 zu vermessen. Solche CMMs besitzen einen Punktsensor, welcher über eine mehrachsige Kinematik an die Messpositionen auf dem zu prüfenden Objekt bewegt wird und dort einen einzelnen Messpunkt oder Linienscan aufnimmt. Aufgrund der seriellen Datenaufnahme ist die Messzeit im Vergleich zu flächenhaft messenden Verfahren¹ deutlich erhöht und skaliert linear mit der Anzahl der Messpunkte. Man unterscheidet zwischen CMMs mit kartesisch angeordneten Achsen [133, 134, 137, 50, 54] und Maschinen mit einer oder mehreren Rotationsachsen [51, 52, 13, 12, 11, 10].

CMMs mit kartesischer Kinematik weisen eine hohe Flexibilität in Bezug auf die Bauteilgeometrie auf, wodurch diese zur Vermessung von nicht rotationssymmetrischen Freiformflächen geeignet sind. CMMs mit Rotationsachsen sind insbesondere geeignet, um rotationssymmetrische Prüflinge zu vermessen. Ist die mechanische Achse identisch mit der Rotationssymmetrieachse des Prüflings, lässt sich eine komplette Kreisbahn auf dem Prüfling vermessen, ohne weitere Achsen verfahren zu müssen [10]. Dies ermöglicht eine erhöhte Genauigkeit sowie verringerte Messzeit gegenüber CMMs mit kartesisch angeordneten Achsen. Je nach Art des verwendeten Sensors wird unterschieden zwischen taktilen und berührungslosen Verfahren. Im Bereich der

¹siehe Kapitel 2.3

berührungslosen Messtechnik zur Vermessung optischer Flächen werden größtenteils optische Sensoren verwendet, weshalb nur auf diese näher eingegangen wird.

- **Taktile Verfahren:** Bei Koordinatenmessmaschinen mit taktilen Tastern wird das Messsignal durch mechanisches Berühren zwischen Taster und Prüfling erzeugt. Man unterscheidet hierbei zwischen schaltenden und messenden Tastern. Je nach Ausführung kommen als Taster Kugeln [133, 12], meist aus Rubin, oder auch Rasterkraftmikroskop (AFM)-Spitzen zum Einsatz [137]. Hierbei lässt sich eine hohe 3D-Auflösung erzielen, wobei die Messzeit ungefähr proportional zur Anzahl der Messpunkte skaliert. Ein Nachteil von taktilen Messverfahren ist, dass der Prüfling auch bei sehr geringer Kontaktkraft beschädigt werden kann. Dies ist vor allem bei Spiegeloptiken aus weichen Metalllegierungen ein Problem. Ein Vorteil ist die Unempfindlichkeit in Bezug auf Oberflächeneigenschaften, wie Rauheit oder Reflektivität. Somit können neben optisch glatten Flächen auch raue sowie entspiegelte Oberflächen vermessen werden.
- **Optische Verfahren:** CMMs mit optischen Sensoren erzeugen das Messsignal durch Reflektion oder Streuung von Licht an der zu vermessenden Oberfläche. Einige der gängigsten Messprinzipien sind konfokale Sensoren [135, 16], chromatisch konfokale Sensoren [87], Weißlichtinterferometrie (WLI) [69], chromatisch konfokale Spektralinterferometrie (CCSI) [96, 45] sowie interferometrische Sensoren [10]. Im Gegensatz zu taktilen Tastern ist die Messung berührungslos, sodass der Prüfling bei der Messung nicht beschädigt wird. Zusätzlich können im Vergleich zu taktilen Tastern deutlich mehr Punkte pro Zeit aufgenommen werden, sodass die Messzeit im Vergleich zu diesen deutlich kürzer ist. In Kombination mit rotatorischen Achsen können so für rotationssymmetrische Prüflinge Messzeiten von wenigen Minuten erreicht werden [10].

2.2. Deflektometrie

Ein weiteres optisches flächenhaft messendes Verfahren ist die phasenmessende Deflektometrie (PMD). Das Prinzip basiert darauf, dass ein Bildschirm, auf welchem eine Mustersequenz dargestellt wird, über den spiegelnden Prüfling, mit einer oder mehreren Kameras beobachtet wird. Durch die Krümmung der Prüflingsoberfläche wird das Muster auf der Kamera verzerrt. Durch Hinzunahme eines kalibrierten Kameramodells lässt sich daraus die Oberflächenkrümmung sowie durch Integration die Prüflingsform ermitteln [97, 64]. Im Gegensatz zur Interferometrie benötigt die Deflektometrie keine Kohärenzeigenschaften des Lichts, und der Hardwareaufwand ist relativ gering. Es können hochfrequente Oberflächenfehler bis in den Bereich von wenigen Nanometern gemessen werden [49]. Die absolute Krümmung sowie niederfrequente Oberflächen-

anteile können jedoch nur mit einer deutlich geringeren Genauigkeit vermessen werden, was einen Nachteil gegenüber der Interferometrie darstellt. Der Grund hierfür ist, dass das Messsignal den Gradienten der Oberfläche erfasst. Um daraus die Form zu berechnen muss das Signal integriert werden wobei durch Rauschen in den Messdaten Integrationsfehler entstehen können. Eine weitere Herausforderung stellt die Vermessung hoch geöffneter Flächen dar, da hier sehr große Bildschirme benötigt werden, deren mechanische und thermische Stabilität nur schwer zu gewährleisten ist.

2.3. Flächenhaft messende interferometrische Verfahren

Im Folgenden werden Verfahren vorgestellt, welche auf dem interferometrischen Prinzip beruhen. Interferometrische Verfahren weisen meist eine hohe laterale Auflösung und Genauigkeit bei gleichzeitig geringer Messzeit auf. Die längenmessende Interferometrie ist ein Verfahren, welches die Welleneigenschaften des Lichts nutzt, um optische Weglängen zu bestimmen. Hierzu wird eine reflektierende Oberfläche von einer Lichtquelle beleuchtet und das reflektierte Licht auf einen Detektor geleitet. Der Detektor wird zusätzlich durch eine zur Prüfwelle kohärente Referenzwelle beleuchtet. Die gemessene Intensität I auf dem Detektor ist bei der Zweistrahlinterferenz abhängig vom Kosinus der Phasendifferenz der beiden interferierenden Wellen mit Intensität I_1 und I_2 sowie Phase ϕ_1 und ϕ_2

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2), \quad (2.1)$$

sodass sich aus der gemessenen Intensität die Phasendifferenz und daraus die optische Weglängendifferenz (OPD) berechnen lässt:

$$OPD = \frac{\phi\lambda}{2\pi} \quad (2.2)$$

Bei flächenhaft messenden Verfahren wird der Detektor durch eine Detektorarray in Form eines Kamerachips ersetzt. Hierdurch lassen sich eine große Anzahl von Längenmessungen parallel durchführen, sodass ein Prüfling in sehr kurzer Zeit und hoher lateraler Auflösung, vermessen werden kann.

2.3.1. Unterschied zwischen Nulltest- und Nicht-Nulltest-Verfahren

In der flächenhaft messenden Interferometrie wird zwischen sogenannten Nulltest-, und Nicht-Nulltest-Verfahren unterschieden [81]. Wird ein Prüfling im Nulltest vermessen, so fallen die

Lichtstrahlen senkrecht auf den Prüfling ein und werden in sich selbst zurück reflektiert, wie in Abbildung 2.1a zu sehen. Auf dem Kamerachip interferiert die Prüf- mit der Referenzwellenfront, wobei bei einem Prüfling mit geringer Abweichung von der Sollform ein Interferogramm mit wenigen Streifen entsteht (siehe Abbildung 2.1b). Für einen perfekten Prüfling, in Kombination mit einem idealen Interferometer ohne Aberrationen, entsteht ein Interferogramm mit konstanter Phase beziehungsweise null Streifen, daher auch der Name „Nulltest“. Der Weg der Strahlen durch das Interferometer ist unabhängig vom Prüfling, solange die Nulltest-Bedingung erfüllt ist. Dadurch lassen sich die Aberrationen des Interferometers mit nur wenigen Kalibriermessungen erfassen [60, 108]. Die Kalibrierung erfasst hierbei für jedes Kamerapixel den Anteil der OPD, der durch die Interferometeraberrationen entsteht, woraus sich eine 2-dimensionale Kalibrierfunktion ergibt.

$$OPD = f(m, n) \quad (2.3)$$

Hierbei ist m, n die Pixelkoordinate auf dem Kamerachip und f ein Polynom, welches den Korrekturterm beschreibt, oder auch eine Lookup-Tabelle (LUT), in der die Phasenkorrekturwerte hinterlegt sind. Für sphärische Prüflinge lässt sich der Nulltest einfach realisieren, indem der Prüfling so positioniert wird, dass der Mittelpunkt der Kugel, welche die Oberfläche beschreibt, im Fokus des Objektivs liegt. Der Vorteil der Nulltestanordnung ist die einfache Kalibrierung sowie die einfache Auswertung der Interferogramme, welche nach Abzug der Kalibrierfunktion direkt die Abweichung des Prüflings von der Sollform enthalten. Der Nachteil ist, dass die Kalibrierung nur gültig ist, solange die Nulltestbedingung tatsächlich erfüllt ist, was in der Realität nur näherungsweise gilt. Schon eine leichte Abweichung des Prüflings von der Sollform oder ein Positionierungsfehler führen zu abweichenden optischen Wegen durch das Interferometer. Der Fehler, der durch diese Abweichung entsteht, wird „Retracefehler“ genannt. Zur Abschätzung dieses Fehlers existieren unterschiedliche Ansätze, welche die Retracefehler in Abhängigkeit der Justageterme Kippung und Fokus [22, 91, 92] oder über Aberrationstheoretische Überlegungen sowie mittels Raytracing beschreiben [113, 65, 39]. Die Anforderungen an die Genauigkeit der Prüflingspositionierung sind daher bei Messungen im Nulltest sehr hoch. Ein weiterer Nachteil ist die geringe Flexibilität des Verfahrens. Da die Testwellenfront immer die Form des Prüflings nachbilden muss, kann mit einem Interferometer mit sphärischer Prüfwellenfront ohne das Hinzufügen von Kompensationsoptiken² keine Asphäre im Nulltest vermessen werden.

Wird eine Asphäre oder Freiformfläche mit dem in Abbildung 2.1a dargestellten Aufbau vermessen, so erhält man die Versuchsanordnung in Abbildung 2.2a. Das resultierende Interferogramm ist in Abbildung 2.2b dargestellt. In dieser Nicht-Nulltest-Anordnung treten mehrere Probleme auf. Zum einen muss gewährleistet werden, dass die Streifendichte unterhalb der Nyquist-Frequenz [94] der Kamera liegt, also die Streifendichte 0.5 Streifen pro Pixel nicht

²siehe Kapitel 2.3.2

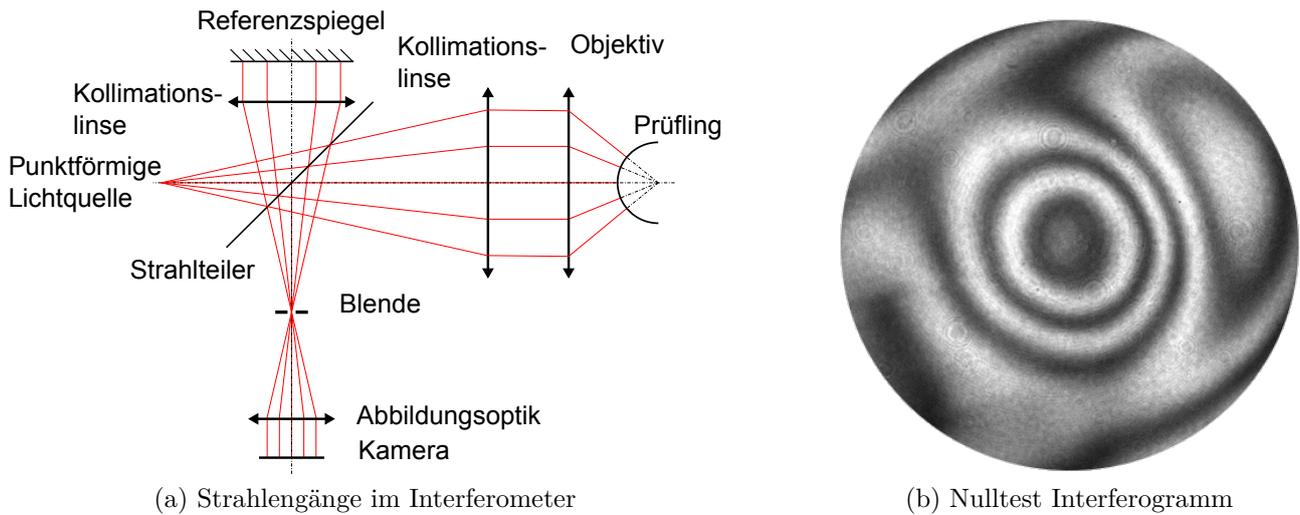


Abbildung 2.1.: (a) Strahlengänge im Interferometer bei Nulltest-Anordnung; (b) Interferogramm einer Kugel im Nulltest

überschreitet (Abbildung 2.2b (A)). Ein weiteres Problem ist, dass Strahlen, die stark vom Nulltest abweichen, am Rand der Linsen oder an Blenden vignettiert werden (Abbildung 2.2b (B)), sodass aus den vignettierten Bereichen keine Information auf der Kamera eintrifft. Durch die große Abweichung der Strahlen vom Nulltest werden die Retracefehler sehr groß, sodass sie nicht mehr vernachlässigbar sind.

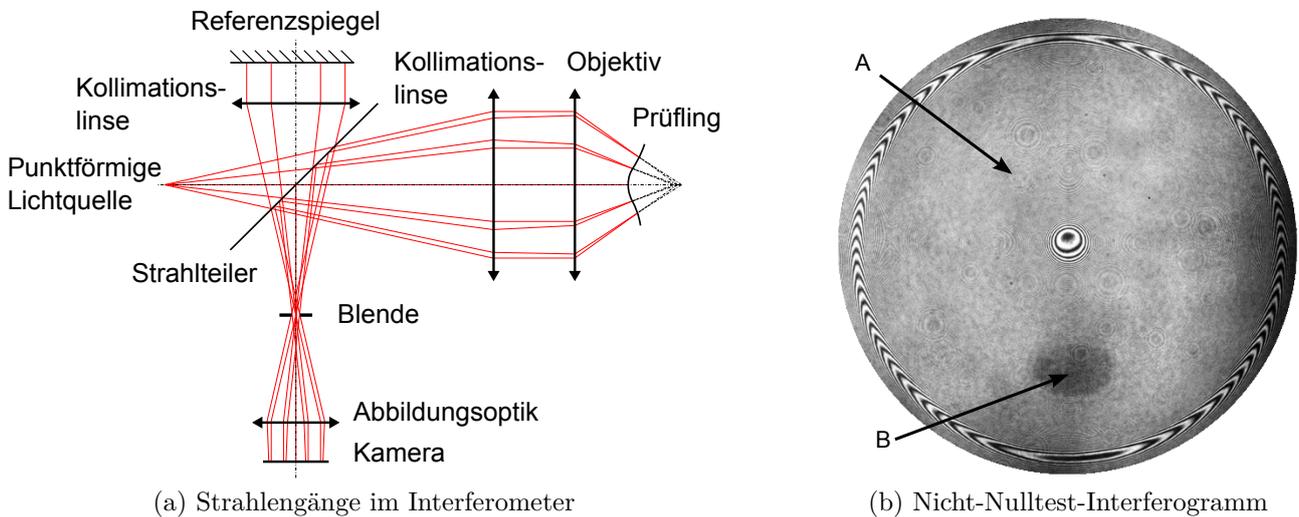


Abbildung 2.2.: (a) Strahlengänge im Interferometer bei nicht-Nulltest-Anordnung; (b) Interferogramm einer Asphäre im nicht-Nulltest mit hoher Streifendichte (A), sowie vignettiertem Bereich (B)

Um in einer Nicht-Nulltest-Konfiguration dennoch messen zu können, ist es erforderlich, die Retracefehler zu kalibrieren. Hierzu existieren verschiedene Ansätze, welche auf einer Optimierung

eines Raytracingmodells des Interferometers [75, 76, 42, 32, 118, 19, 98, 77] oder Aberrationstheoretischen Überlegungen beruhen [124, 73]. Eine weitere Möglichkeit ist, die in Gleichung 2.3 eingeführte Abhängigkeit der OPDs zu erweitern. Das Polynom, welches die OPDs beschreibt, ist in diesem Fall nicht mehr 2-dimensional, sondern hängt zusätzlich von der Richtung der Strahlen durch das Interferometer ab, was zu einer 4-dimensionalen Abhängigkeit führt.

$$OPD = f(m, n, x, y) \tag{2.4}$$

Hierbei sind m, n , wie im 2-dimensionalen Fall, die Pixelkoordinaten auf der Kamera und x, y sind die Koordinaten des Strahls in einer der Fourier-Ebenen [41] des Interferometers. Die Position der Strahlen in der Fourier-Ebene entspricht dem Feldwinkel der Strahlen auf der Kamera. Vorausgesetzt die Kalibrierfunktion in Gleichung 2.4 lässt sich bestimmen, ergeben sich einige Vorteile gegenüber der Nulltest-Anordnung. Da die Nulltestbedingung nicht eingehalten werden muss, ist das Interferometer deutlich flexibler, und es werden keine zusätzlichen Kompensationsoptiken zur Wiederherstellung der Nulltestbedingung benötigt. Solange die Streifendichte unterhalb der Nyquist-Grenze liegt und keine Vignettierung auftritt, lassen sich Prüflinge beliebiger Form vermessen³. Ein weiterer Vorteil ist die stark verringerte Anforderung an die Justagegenauigkeit des Prüflings im Interferometer, da sich die durch Justagefehler erzeugten Retracefehler kalibrieren lassen und somit korrigiert werden können⁴.

³siehe Kapitel 5

⁴siehe Kapitel 5.5

2.3.2. CGH Messtechnik

Um Asphären sowie Freiformflächen im Nulltest vermessen zu können, ist es notwendig, die meist sphärische Wellenfront der Prüfwelle an die Sollform der Prüflingsoberfläche anzupassen. Dazu werden Kompensationsoptiken verwendet, welche meist in Form von computergenerierten Hologrammen (CGH) realisiert werden [80, 104, 103, 136, 126]. Die Vorteile einer Messung im Nulltest sind, wie bereits in Kapitel 2.3.1 beschrieben, die kurze Messzeit, die relativ einfache Auswertung der Messung sowie eine hohe erreichbare Genauigkeit. Der Nachteil ist, dass für jede Prüflingsform ein passendes CGH gefertigt werden muss, was sowohl zeitaufwändig als auch kostenintensiv ist. Ein weiterer Nachteil ist die aufwändige Justage des Prüflings sowie des CGHs im Interferometer [21]. Trotz dieser Nachteile sind CGH nach wie vor das Standardmessverfahren im Bereich hochgenauer Optiken, wie sie beispielsweise in der Lithographie benötigt werden, da die hohe Messgenauigkeit in Kombination mit hoher lateraler Auflösung durch andere Verfahren nur schwer erreichbar ist und die aufwändige Justage sowie die Kosten hier eine untergeordnete Rolle spielen.

2.3.3. Scanning- und Stitching-Verfahren

Asphärische Flächen ohne die Verwendung von Nulloptiken interferometrisch zu vermessen, kann dadurch ermöglicht werden, dass die Messung in eine Vielzahl von Subaperturmessungen unterteilt wird. Die Subaperturen werden dabei so gewählt, dass die Nulltestbedingung jeweils lokal erfüllt ist. Das Messergebnis wird anschließend über einen Stitchingalgorithmus aus den Messungen der Subaperturen zusammengesetzt [107]. Je nach Geometrie der Subaperturen unterscheidet man zwischen scannenden und stichenden Verfahren.

- **Scannende Verfahren:** Scanning-Verfahren sind geeignet, um rotationssymmetrische Asphären flächenhaft interferometrisch zu vermessen. Als Prüfwelle dient eine sphärische Wellenfront. Der Prüfling wird so justiert, dass seine Rotationsachse mit der optischen Achse des Interferometers zusammenfällt. Anschließend wird der Prüfling entlang der optischen Achse verschoben und in mehreren Positionen vermessen, wobei die jeweilige Position des Prüflings entlang der optischen Achse mittels eines Laserinterferometers ermittelt wird. In jeder Messposition erfüllt dabei eine ringförmige Subapertur die Nulltestbedingung, wobei die Radien der Ringe von der Position auf der optischen Achse und der Asphärenform abhängen. Die Anzahl der benötigten Messpositionen hängt dabei von der Asphärizität des Prüflings ab. Das Messergebnis wird anschließend aus den Einzelmessungen zusammengesetzt [66, 74, 140]. Die Vorteile dieses Verfahrens sind die hohe Flexibilität sowie die hohe laterale Auflösung. Das Verfahren ist jedoch auf rota-

tionssymmetrische Asphären beschränkt und kann auch nicht für die Vermessung von Asphären verwendet werden, bei denen der Radius der bestpassenden Kugel sehr groß ist, wie beispielsweise bei Schmidt-Platten [105]. Da der Prüfling entlang der optischen Achse verfahren werden muss, kann die Messzeit bis zu mehreren Minuten betragen.

- **Stitchingverfahren:** Bei Stitchingverfahren wird die Apertur der zu vermessenden Fläche in mehrere kreisförmige Subaperturen unterteilt, wobei die Größe der Subaperturen so gewählt wird, dass die Streifendichte im Bereich der Subapertur nahe genug am Nulltest liegt, sodass die Retracefehler toleriert werden können. Bei starken Asphären ist daher eine hohe Anzahl von Subaperturen nötig [90, 129, 107, 141, 24, 23]. Durch Hinzufügen einer variablen Nulloptik (VON) [117] kann der Astigmatismus innerhalb der einzelnen Subaperturen kompensiert werden, wodurch größere Subaperturen messbar sind. Dadurch werden die Anzahl der benötigten Subaperturen und die Messzeit reduziert. Das Messergebnis wird anschließend über ein Optimierungsverfahren aus den einzelnen Subaperturmessungen zusammengesetzt. Stitchingverfahren erreichen eine sehr hohe laterale Auflösung und weisen eine hohe Flexibilität in Bezug auf die Prüflingsgeometrie auf. Neben rotationssymmetrischen Asphären sind auch Freiformflächen messbar. Für die Positionierung des Prüflings wird eine komplexe Kinematik benötigt, wobei die Anforderungen an die Positioniergenauigkeit recht hoch sind. Die Größe des Prüflings ist dabei nur durch die zur Verfügung stehende Kinematik begrenzt. Je nach Anzahl der Subaperturen liegt die Messzeit im Bereich von einigen Minuten bis zu einer Stunde. Zusätzlich wächst bei einer hohen Anzahl von Subaperturen sowie bei der Vermessung von Freiformflächen die Messunsicherheit [85].

2.3.4. Sub-Nyquist-Verfahren

Bei Sub-Nyquist Verfahren wird Vorwissen über die bei einer Messung zu erwartende Phasenverteilung auf der Kamera verwendet, um Streifendichten, welche die Nyquist-Frequenz überschreiten, interpretieren zu können. Es wird ein Raytracingmodell des Interferometers erstellt, welches über Messungen an bekannten Referenzobjekten, unter Hinzunahme von Messungen der Linsenoberflächen kalibriert wird. Mit dem kalibrierten Raytracingmodell wird für jede Prüflingsgeometrie ein synthetisches Hologramm berechnet, welches die zu erwartende Phase auf der Kamera darstellt. Aus der Differenz der gemessenen Phase sowie der berechneten Phase ergibt sich die Formabweichung des Prüflings [76, 42, 43, 75, 118, 32]. Das Verfahren eignet sich gut, um schwache Asphären sowie Freiformflächen zu vermessen. Bei stärkeren Abweichungen von der bestpassenden Kugel stößt das Verfahren jedoch an seine Grenzen, da hier zum einen der Kontrast der Streifenmuster abnimmt und zum anderen Vignettierungen auftreten können.

3. Das Tilted Wave Interferometer (TWI)

Das TWI ist ein an der Universität Stuttgart entwickeltes und patentiertes Verfahren zur Formbestimmung von Asphären sowie Freiformflächen [70, 71, 38, 36, 34, 37, 4, 5, 9, 7, 29, 35, 8, 30, 102]. Die Messung des Prüflings erfolgt dabei flächenhaft im Nicht-Nulltest. Im Unterschied zu anderen Nicht-Nulltest-Interferometern wird der Prüfling nicht mit einer einzelnen Objektwellenfront beleuchtet, sondern mit einem Array zueinander verkippter Wellenfronten. Die Kippung der einzelnen Wellenfronten wird genutzt, um die lokale Abweichung des Prüflings von der sphärischen Form zu kompensieren. Dadurch lassen sich Prüflinge ohne die Verwendung von Nulloptiken [80] und ohne zeitsequentielles Stitching [107, 66, 23] vermessen, wodurch eine hohe Flexibilität sowie eine kurze Messzeit erreicht werden können.

3.1. Optische Funktion und Aufbau des TWI

Der schematische Aufbau des Interferometers ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Das Licht einer kohärenten Laserquelle (L) wird durch einen polarisierenden Strahlteiler ($ST1$) in einen Prüf- sowie einen Referenzstrahlengang aufgeteilt. Das Licht im Prüfarm wird von einem Kepler-Fernrohr, bestehend aus einem Mikroskopobjektiv ($M1$) sowie einer Kollimationslinse ($L1$), aufgeweitet und beleuchtet das Punktlichtquellenarray (PLQA). Das PLQA besteht aus einem Quarzglasssubstrat, auf dessen Vorderseite sich diffraktive Mikrolinsen befinden. Der Fokus der Mikrolinsen liegt in der Ebene der Substratrückseite. Dort befindet sich ein Blendenarray, welches die unerwünschten Beugungsordnungen der Mikrolinsen ausblendet und als Raumfilter für die Wellenfronten dient. Das Licht aus den Punktlichtquellen passiert den Strahlteiler ($ST2$) und wird mithilfe einer Linse ($L2$) kollimiert, wodurch ein Array von Wellenfronten mit unterschiedlicher Kippung entsteht. Die Wellenfronten werden durch das Interferometerobjektiv (O) zu sphärische Wellenfronten transformiert, um die Grundkrümmung des Prüflings (SUT) zu kompensieren. Nach der Reflektion am Prüfling propagieren die Wellenfronten zurück zum Strahlteiler ($ST2$), wo sie in den Kameraarm reflektiert werden. In der Fourier-Ebene [41] des Interferometers befindet sich eine quadratische Blende, welche alle Bereiche der Wellenfronten, deren Streifendichte die Nyquist-Frequenz [94] der Kamera überschreiten würden, ausblendet.

Zeile und Spalte des PLQA aktiviert ist. In Abbildung 3.2 ist beispielhaft eine Patchverteilung für eine Blendenposition dargestellt, wie sie bei der Vermessung einer Asphäre auftritt. Das

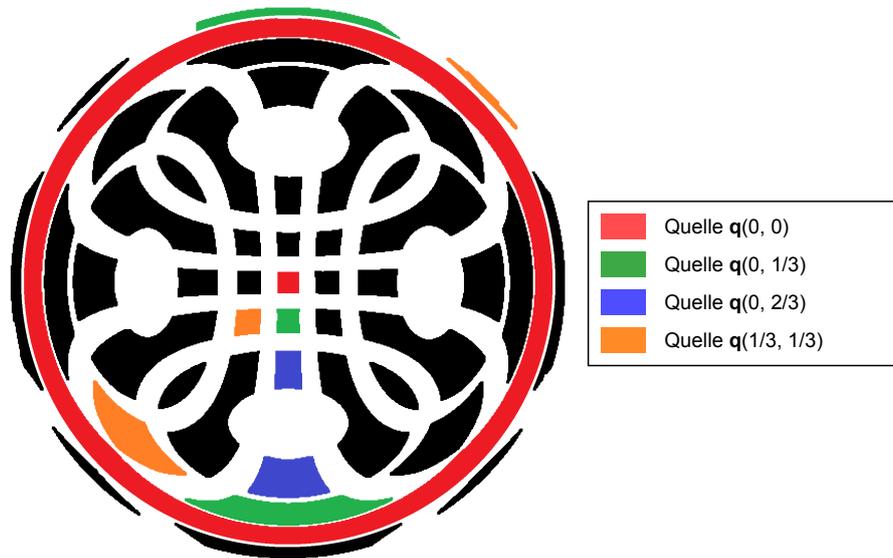


Abbildung 3.2.: Beispielhafte Verteilung der Patches auf der Kamera, wie sie bei der Vermessung einer Asphäre für die erste Position des Blendenarrays auftritt. Jede Quelle erzeugt je nach Form des Prüflings keinen, einen oder mehrere Patches. Die genaue Verteilung der Patches hängt von der Form des Prüflings sowie dem verwendeten Interferometerdesign ab.

Umschalten der Quellen wird durch Verschieben des Blendenarrays (AA) realisiert, welches die nicht benötigten Quellen ausblendet. In jeder der vier Positionen wird die Phase im Bereich der Patches mittels phasenschiebender Interferometrie (PSI) bestimmt. Ist das Interferometer kalibriert¹ und sind somit die Aberrationen des Interferometers bekannt, lässt sich aus den vier Phasenmessungen die Formabweichung des Prüflings von seiner nominellen Form bestimmen².

3.2. Vorteile und Herausforderungen des Verfahrens

Für die Auswertung einer Messung im Nicht-Nulltest ist es erforderlich, dass sämtliche optische Weglängen (OPLs) durch das Interferometer bekannt sind, was durch eine Interferometerkalibrierung erreicht werden kann. Wie bei allen Nicht-Nulltest-Interferometern ist hierbei die Kalibrierung im Vergleich zu Nulltestverfahren verhältnismäßig aufwändig. Im Gegensatz zu anderen Nicht-Nulltestverfahren besitzt das TWI nicht nur eine Quelle, sondern ein ganzes

¹Siehe Kapitel 4

²Siehe Kapitel 5

Array von Quellen, was die Komplexität der Kalibrierung weiter erhöht. Die größte Herausforderung des TWI-Verfahrens besteht daher in der aufwändigen Algorithmik sowie Mathematik zur Lösung der Kalibrierung, welche auf der Lösung eines schlecht gestellten inversen Problems beruht. Ist das TWI kalibriert, so ergeben sich einige Vorteile gegenüber anderen Verfahren, welche den Aufwand mehr als rechtfertigen. Ein Vorteil ist die hohe Flexibilität. Im Gegensatz zu Nulltestverfahren³ werden keine CGH benötigt, wodurch die Kosten für die Fertigung sowie die Rüstzeit zur Justage dieser Elemente entfallen. Im Unterschied zu Sub-Nyquist-Verfahren⁴ können auch sehr steile Asphären bis zu einer Abweichung von ca. 10° von der bestpassenden Kugel⁵ vermessen werden. Des Weiteren ist das Verfahren nicht auf rotationssymmetrische Prüflinge beschränkt, sodass Freiformflächen vermessen werden können. Ein weiterer Vorteil neben der Flexibilität ist die im Vergleich zu Stitchingverfahren⁶ sowie Koordinatenmessmaschinen⁷ stark reduzierte Messzeit von deutlich unter einer Minute. Das Verfahren bietet, wie alle flächenhaft messenden Interferometer, eine hohe laterale Auflösung, sodass auch hochfrequente Strukturen auf der Oberfläche aufgelöst werden. Ist der Prüfling schlecht justiert, so führt dies zu optischen Wegen durch das Interferometer, welche deutlich vom nominellen Wert abweichen. Anders als bei Nulltestverfahren führt dies beim TWI jedoch nicht zu Retracefehlern, da die Kalibrierung auch diese optischen Wege abdeckt. Dies ermöglicht eine um ca. zwei Größenordnungen gelockerte Anforderung an die Justagegenauigkeit des Prüflings. Die Justage kann dadurch innerhalb weniger Sekunden erfolgen und ist voll automatisierbar. Durch die einmalige Kombination dieser Alleinstellungsmerkmale eignet sich das TWI hervorragend für die Integration in Fertigungsstraßen zur Herstellung von asphärischen sowie freigeformten optischen Elementen.

3.3. Verbessertes Optikdesign

Das bisherige Interferometerdesign, welches in Kapitel 3.1 beschrieben ist, weist einige Schwächen auf, welche durch eine Optimierung des Designs behoben werden können. Einer der Nachteile ist, dass parasitäre Reflexe entstehen können. Hierfür betrachtet man das Licht, welches von der zentralen Quelle aus zum Strahlteiler ($ST2$) propagiert und dort reflektiert wird. Die Wellenfront wird von Linse ($L4$) kollimiert und von Linse ($L3$) fokussiert, sodass ein Fokus in der Nähe der letzten Grenzfläche des Mikroskopobjektivs entsteht. Dadurch ist in der Blendeneinstellung, in welcher die zentrale Quelle aktiv ist, ein Fokusreflex auf der Kamera sichtbar, wel-

³Siehe 2.3.2

⁴Siehe 2.3.4

⁵Maximalwert bei aktuellem Laboraufbau; Abhängig von der Anzahl der Quellen im PLQA

⁶Siehe 2.3.3

⁷Siehe 2.1

cher das Messsignal stört. Es existieren verschiedene Möglichkeiten, den Reflex abzuschwächen, etwa durch eine Pinholeblende im Fokus von ($M2$). Das Störlicht kann aber auf diese Weise nie zu 100% eliminiert werden und durch die Streuung an der Blende können Speckle entstehen, die das Signal ebenfalls stören. Ein weiterer Nachteil der bisherigen Implementierung des Referenzstrahlengangs ist die große Bauform des Interferometers. Neben dem im Vergleich zu einem kompakteren Aufbau höheren Gewicht und Platzbedarf ist dadurch auch die thermische Stabilität verschlechtert und das System ist anfälliger gegenüber mechanischen Schwingungen. Ein weiterer, für die Justage relevanter Nachteil ist, dass sowohl der Prüf- als auch der Referenzstrahlengang durch Strahlteiler ($ST2$) verlaufen. Dadurch wird die Justage von ($ST2$) sehr aufwändig, da sich beim Justieren immer beide Wellenfronten simultan verändern und aufgrund des interferometrischen Prinzips immer nur das Differenzsignal zur Verfügung steht. Im optimierten Design treten alle diese Nachteile nicht mehr auf.

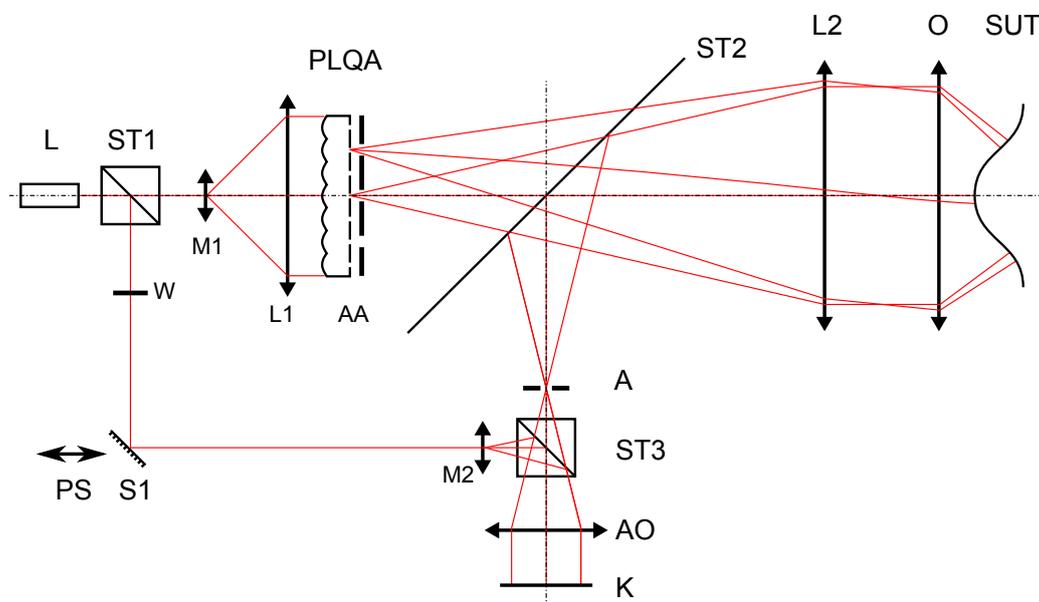


Abbildung 3.3.: Schematische Skizze des optimierten Interferometerdesigns TWI. L : Laser; $ST1$, $ST2$, $ST3$: Strahlteiler; $M1$, $M2$: Mikroskopobjektiv; PLQA: Punktlichtquellenarray; AA: Blendenarray; $L1$, $L2$ Linsen; O : Interferometerobjektiv; SUT : Prüfling; W : $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen; $S1$: Spiegel; A : Blende; AO : Abbildungsoptik; K : Kamera

In Abbildung 3.3 ist der schematische Aufbau eines optimierten TWI-Designs dargestellt. Der Strahl einer kohärenten Laserquelle (L) wird von einem polarisierenden Strahlteiler ($ST1$) in einen Prüf- sowie einen Referenzstrahlengang aufgeteilt. Das Licht im Prüfstrahlengang wird von einem Kepler-Fernrohr, bestehend aus Mikroskopobjektiv ($M1$) und Linse ($L1$), aufgeweitet und beleuchtet das PLQA. Das Licht der einzelnen Quellen des PLQA propagiert wie im bisherigen Design durch Strahlteiler ($ST2$), Linse ($L2$) und Objektiv O zum Prüfling SUT , wo

es reflektiert wird. Anschließend propagiert das Licht zurück zu Strahlteiler ($ST2$), wo es in den Abbildungsarm reflektiert wird. Das Licht passiert die Interferometerblende (A) und Strahlteiler ($ST3$), welcher sich im geöffneten Strahlengang zwischen Blende und Abbildungsoptik (AO) befindet. Nach Passieren der (AO) trifft das Licht auf die Kamera (K). Die Polarisation des Lichts im Referenzarm wird nach dem Austreten aus ($ST2$) durch ein $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen (W) um $\frac{\pi}{2}$ gedreht. Anschließend wird der Strahl von Spiegel ($S1$) reflektiert und propagiert in Richtung Mikroskopobjektiv ($M2$), welches eine sphärische Wellenfront erzeugt. Im Strahlteiler ($ST3$) werden Referenz- sowie Prüfstrahlengang wieder vereint, sodass sie nach Passieren der Abbildungsoptik (AO) auf der Kamera (K) interferieren.

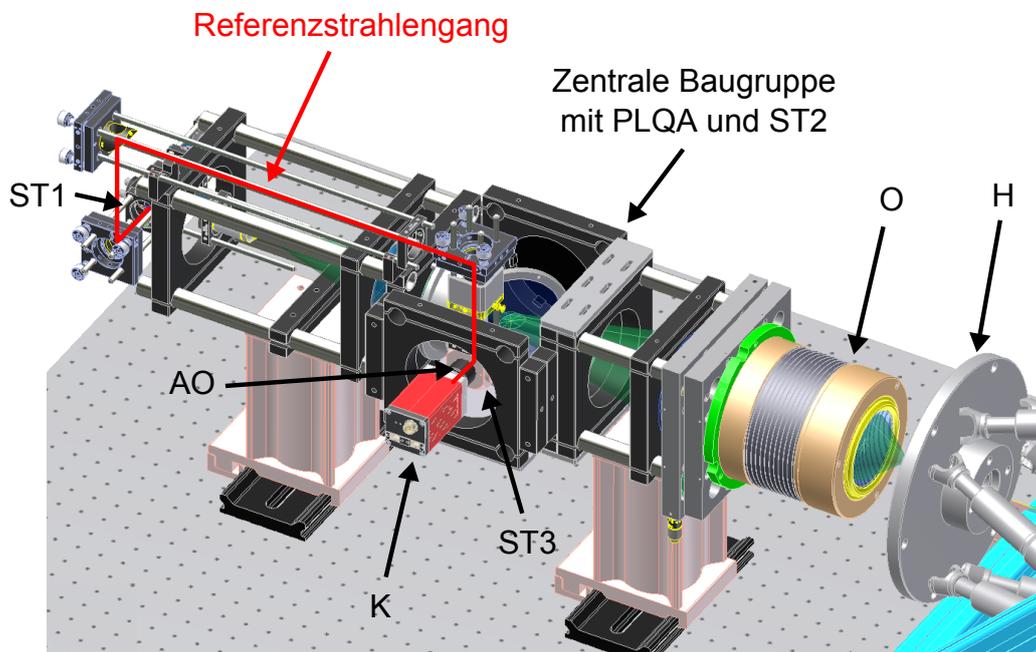


Abbildung 3.4.: CAD-Modell des Aufbaus mit verbessertem Optikdesign, wie er im Labor im Rahmen dieser Arbeit realisiert wurde. $ST1$, $ST2$, $ST3$: Strahlteiler; AO : Abbildungsoptik; K : Kamera; $PLQA$: Punktlichtquellenarray; O : Objektiv; H : Hexapod; Der Referenzstrahlengang ist rot eingezeichnet

In Abbildung 3.4 ist ein CAD-Modell eines TWI, welches nach dem optimierten Optikdesign konstruiert wurde, dargestellt. Das mechanische Gerüst, in welchem die Optiken montiert sind, basiert auf dem Linos® Makrobank-Baukastensystems sowie Mikrobank-Elementen für den Referenzstrahlengang. Alle verwendeten optischen Elemente bis auf das PLQA, die Abbildungsoptik sowie das Objektiv, sind Katalogoptiken. Der Referenzstrahlengang ist aus konstruktiv-technischen Gründen über zwei zusätzliche Spiegel aus der Ebene heraus geklappt.

3.4. Objektivdesign

Um Prüflinge unterschiedlicher Grundkrümmung vermessen zu können, werden wie bei allen flächenhaft messenden Interferometern Objektive unterschiedlicher Schnittweiten benötigt. Die meisten kommerziell am Markt erhältlichen Objektive sind sogenannte Fizeau-Objektive, welche eine teilreflektierende Fläche besitzen, um die Referenzwellenfront zu erzeugen [82]. Des Weiteren sind typische Interferometerobjektive auf der optischen Achse sehr gut korrigiert, im Feld jedoch nur soweit, dass sich für die Justage akzeptable Toleranzen ergeben.

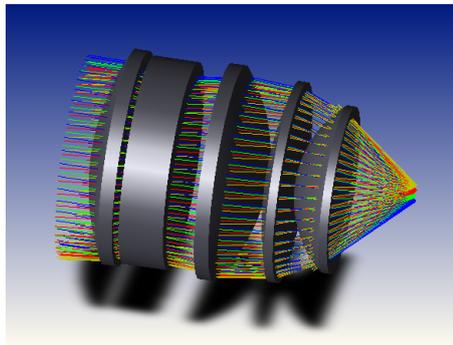
Die Anforderungen für ein TWI-Objektiv sind hingegen andere. Zum einen wird keine Fizeau-Fläche benötigt. Diese erzeugt einen störenden Reflex und muss für die Anwendung in einem TWI nachträglich entspiegelt werden. Da die Fizeau-Fläche senkrecht auf der Wellenfront steht, bleibt jedoch auch bei guter Entspiegelung stets ein störender Reflex im Aufbau vorhanden. Des Weiteren ist es für das TWI-Verfahren vorteilhaft, wenn das Objektiv eine Feldkorrektur aufweist. Andererseits ist eine Wellenfrontkorrektur von wenigen 10nm oder besser, wie sie typische Objektive aufweisen, nicht erforderlich, da Wellenfrontfehler von einigen λ durch die Kalibrierung korrigiert werden können⁸. Da die Kalibrierung niederfrequente Aberrationen deutlich einfacher erfassen kann als hochfrequente Wellenfrontfehler, ist es zudem vorteilhaft, möglichst wenige optische Flächen für das Design zu verwenden [122, 88, 123].

Objektiv	Schnittweite	Numerische Apertur	Anzahl Linsen
#1	48,6 mm	0,56	5
#2	254,4 mm	0,19	2
#2.1	175,0 mm	0,26	2 + 1
#2.2	122,7 mm	0,34	2 + 1

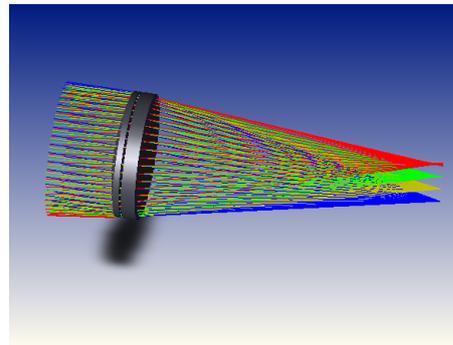
Tabelle 3.1.: Parameter der im Rahmen dieser Arbeit berechneten Objektive

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehrere Objektive berechnet, welche speziell auf die Anforderungen im TWI optimiert sind und von externen Firmen gefertigt wurden. Die designten Objektive sind in Tabelle 3.1 gelistet. Objektiv #1 ist ein hoch geöffnetes Objektiv mit fünf Linsen sowie einer Schnittweite von ca. 48,6 mm. Im Vergleich zu kommerziell erhältlichen Objektiven mit ähnlichen Spezifikationen ist der Wellenfrontfehler im Feld um ca. Faktor fünf reduziert. Objektiv #2 ist nach einem modularen Prinzip gestaltet, welches aus einem Hauptmodul #2 mit zwei Linsen sowie zwei weiteren Meniskuslinsen #2.1 und #2.2 besteht. Je nach Kombination (#2, #2 + #2.1, #2 + #2.2) können dadurch drei unterschiedliche Schnittweiten realisiert werden. In Abbildung 3.5 sind gerenderte Grafiken der vier Objektivkonfigurationen dargestellt. In Abbildung 3.6 sind die drei Module von Objektiv #2 abgebildet.

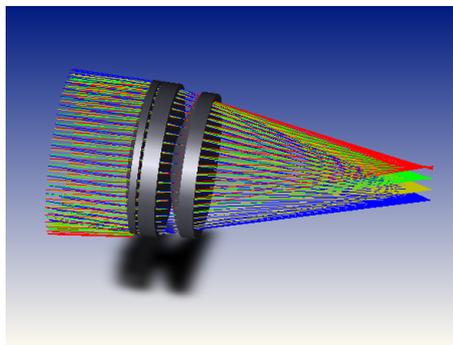
⁸siehe Kapitel 4



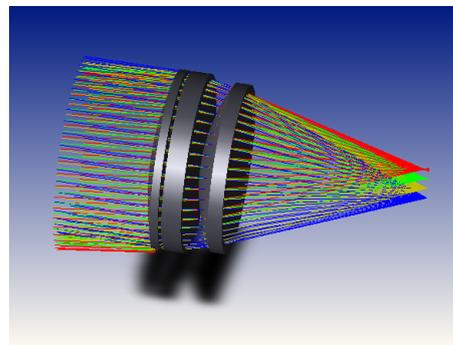
(a) Objektiv #1; $f = 48,6 \text{ mm}$



(b) Objektiv #2; $f = 254,4 \text{ mm}$



(c) Objektiv #2.1; $f = 175,0 \text{ mm}$



(d) Objektiv #2.2; $f = 122,7 \text{ mm}$

Abbildung 3.5.: Im Rahmen dieser Arbeit für das TWI berechneten Objektive mit eingezeichneten Strahlen für Feldwinkel von 0° bis $7,5^\circ$



Abbildung 3.6.: Modulares Objektiv #2; Hauptmodul (oben) mit Schnittweite $254,5 \text{ mm}$; Vorschraublinse #2.1 (links) für Schnittweite $175,0 \text{ mm}$; Vorschraublinse #2.2 (rechts) für Schnittweite $122,7 \text{ mm}$

3.5. Laboraufbau

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein TWI-Prototyp mit verbessertem Optikdesign, wie in Abbildung 3.4 dargestellt, realisiert. Eine Photographie des Laboraufbaus ist in Abbildung 3.7 zu sehen. Als Lichtquelle dient ein diodengepumpter Festkörperlaser mit einer Wellenlänge von 532 nm und einer Leistung von 20 mW [68]. Die Kamera verwendet einen CCD-Chip mit einer Auflösung von 2048×2048 Pixeln und wird über IEEE 1394 angesteuert [2]. Das PLQA ist auf einem 9 mm Quarzglasssubstrat gefertigt. Die Quellen sind in einem quadratischen Raster angeordnet, wobei der Abstand zwischen zwei benachbarten Quellen $2,5\text{ mm}$ beträgt. Aktuell werden Quellen bis zu einem Radius von 15 mm Abstand von der optischen Achse verwendet, was zu insgesamt 113 verwendeten Quellen führt. Vor dem Interferometer befindet sich ein sechssachsiger Hexapod [100], welcher dazu dient, den Prüfling bzw. die Kalibrierkugel im Prüfraum zu positionieren. Um eine einfache Handhabung der Prüflinge im Laboraufbau zu gewährleisten, wurden diese mit der Rückseite auf einen Schaft mit 25 mm Durchmesser aufgekittet, welcher sich mit einem Spannfutter [111] an der Bewegungseinheit befestigen lässt. Das Phasenschieben erfolgt über einen Piezoaktuator [101], welcher an einem der Spiegel im Referenzstrahlengang montiert ist. Die Ansteuerung erfolgt über RS232.

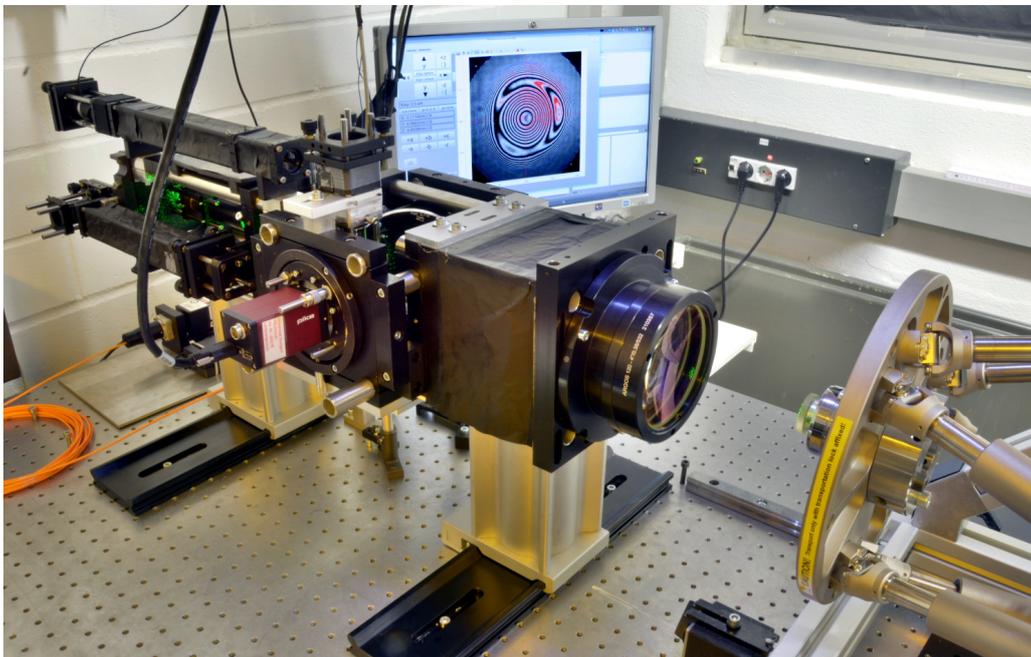


Abbildung 3.7.: Laboraufbau des TWI mit verbessertem Optikdesign, wie er im Rahmen dieser Arbeit realisiert wurde.

Das Blendenarray wird über zwei Modellbau-Servomotoren verschoben, welche über einen Mikrocontroller betrieben werden [3]. Die softwareseitige Ansteuerung sämtlicher Aktuatoren, so-

wie das Auslesen der Kamera erfolgt über die am ITO entwickelte Messsoftware itom [46]. Der Bauraum ist im Vergleich zum bisherigen Aufbau deutlich reduziert (Breite von ca. 700 mm bei bisherigem Aufbau gegenüber 300 mm bei neuem Aufbau). Alle in Kapitel 5 dargestellten Messergebnisse wurden an diesem Aufbau gemessen. Das Optikdesign wurde ebenfalls für die Simulationen, deren Ergebnisse in Kapitel 6 dargestellt sind, verwendet.

3.6. Simulationsumgebung

Sowohl für die Kalibrierung als auch die Messung sind komplexe Algorithmen erforderlich, die aus den jeweiligen Phasenschiebemessungen die Kalibrierdaten bzw. die Prüflingsform berechnen. Da es bei einem solchen komplexen System nicht möglich ist, die Auswirkung verschiedener Algorithmen, Fehlereinflüsse oder unterschiedlicher Parameter wie beispielsweise der verwendeten Kalibrierobjekte, Kalibrierpositionen usw., analytisch zu beurteilen, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Simulationsumgebung in der Programmiersprache Matlab® [121] entwickelt. Mithilfe der Simulationsumgebung ist es möglich, virtuelle Experimente durchzuführen, wobei sowohl die Kalibrierung eines simulierten Interferometers als auch die Messung eines simulierten Prüflings durchgeführt werden können. Anders als bei Experimenten am realen System sind in der Simulation die wahren Interferometeraberrationen sowie die wahre Prüflingsform bekannt, sodass die Rekonstruktion jeweils mit dem Sollwert verglichen werden kann. Die Differenz zwischen wahren und gemessenem Wert kann anschließend verwendet werden, um unterschiedliche Parameter und Algorithmen zu testen oder zu optimieren sowie die Auswirkung verschiedener Fehlereinflüsse zu untersuchen. Für sämtliche Simulationsergebnisse⁹ in dieser Arbeit sowie die Optimierung der Parameter des inversen Problems zur Lösung der Kalibrierung¹⁰ wurde die Simulationsumgebung verwendet.

3.6.1. Simulation der Kalibrierung

Für die Kalibrierung wird aus dem nominellen Optikdesign, welches als Zemax®-Modell [138] vorliegt, ein mathematisches Interferometermodell erstellt, welches es erlaubt, die OPD von Strahlen durch das Interferometer über Raytracingalgorithmen zu berechnen. Mithilfe einer Kalibrierung, bei welcher bekannte Referenzobjekte an verschiedenen Positionen im Prüfraum vermessen werden, wird dieses Modell so angepasst, dass es die Aberrationen im realen Interferometer möglichst genau beschreibt¹¹. In der Simulation werden in einem ersten Schritt

⁹Siehe Kapitel 6

¹⁰Siehe Kapitel 4.5

¹¹Siehe Kapitel 4

in Zemax® ein oder mehrere gestörte Interferometermodelle erzeugt, bei welchen die optischen Elemente Justagefehler aufweisen. Für die Weiterverarbeitung wird dieses Modell in eine Blackboxdarstellung umgerechnet¹². In einem nächsten Simulationsschritt werden die Kalibriersphären an den Kalibrierpositionen im Prüfraum positioniert und die OPD der Strahlen berechnet, die auf der Kamera eintreffen. Wie bei einer realen Kalibrierung kann sowohl der Radius der Kalibriersphäre als auch die Position vom nominellen Wert abweichen. Für die Positionierungsfehler können verschiedene Verteilungen und Amplituden sowie zufällige oder systematische Fehler simuliert werden. Zusätzlich wird zu den berechneten OPD ein Rauschen addiert, wie es beim Auswerten der Phase in einer Phasenschiebemessung auftreten kann. Um aus den so generierten OPDs das kalibrierte Blackboxmodell zu berechnen, wird die Algorithmik verwendet, welche auch für die Kalibrierung eines realen Interferometers verwendet wird. Da in der Simulation das gestörte System bekannt ist, kann dieses anschließend mit dem durch die Kalibrierung rekonstruierten System verglichen werden. In Abbildung 3.8 ist ein Datenflussdiagramm der Simulationsumgebung dargestellt.

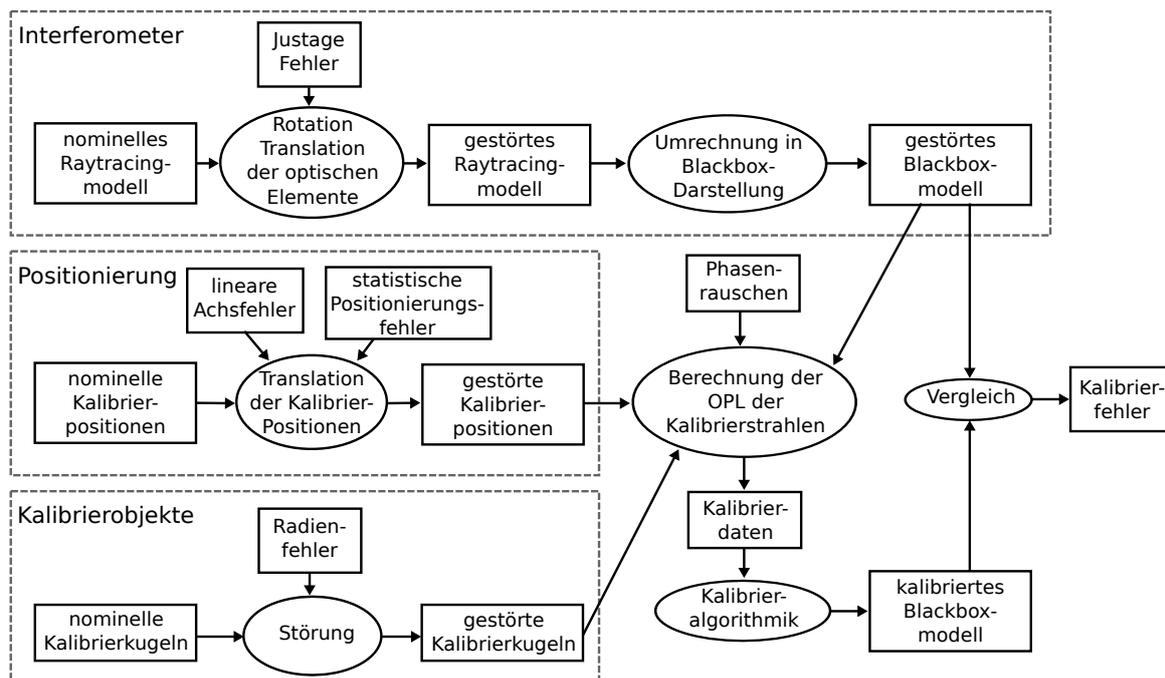


Abbildung 3.8.: Datenflussdiagramm der Simulationsumgebung zur Simulation einer Kalibrierung: Für ein gestörtes Interferometermodell werden die Kalibrierdaten in Form von OPLs berechnet, wobei mehrere Fehlergrößen in die Berechnung eingehen. Die Kalibrieralgorithmik rekonstruiert daraus die Parameter des Interferometermodells.

¹²Siehe Kapitel 4.1

3.6.2. Simulation der Messung

Zur Simulation einer Messung wird in einem ersten Schritt eine Realisierung eines Prüflings erzeugt, indem zur nominellen Form eine zufällige Formabweichung in Form von Zernike-Polynomen [132] addiert wird. In einem zweiten Schritt wird der gestörte Prüfling im Prüfraum positioniert, wobei die Positionierung einen Justagefehler aufweist. Je nach Prüflingsgeometrie stehen hier drei (Sphäre) bis sechs (Freiform) Freiheitsgrade zur Verfügung. Anschließend werden die OPD der Messstrahlen über den Prüfling berechnet, wobei hierfür das gestörte Interferometermodell¹³ verwendet wird. Zu den berechneten OPD wird zusätzlich ein Phasenrauschen addiert. Die so gewonnenen Messdaten werden wie bei einer realen Messung durch die Messalgorithmik¹⁴ ausgewertet, wobei hier das gestörte Interferometermodell als unbekannt angenommen wird und nur das kalibrierte Modell zur Verfügung steht. Durch einen Vergleich von Messergebnis und simulierter Prüflingsform kann auf den Rekonstruktionsfehler geschlossen werden. In Abbildung 3.9 ist ein Datenflussdiagramm der Simulationsumgebung dargestellt.

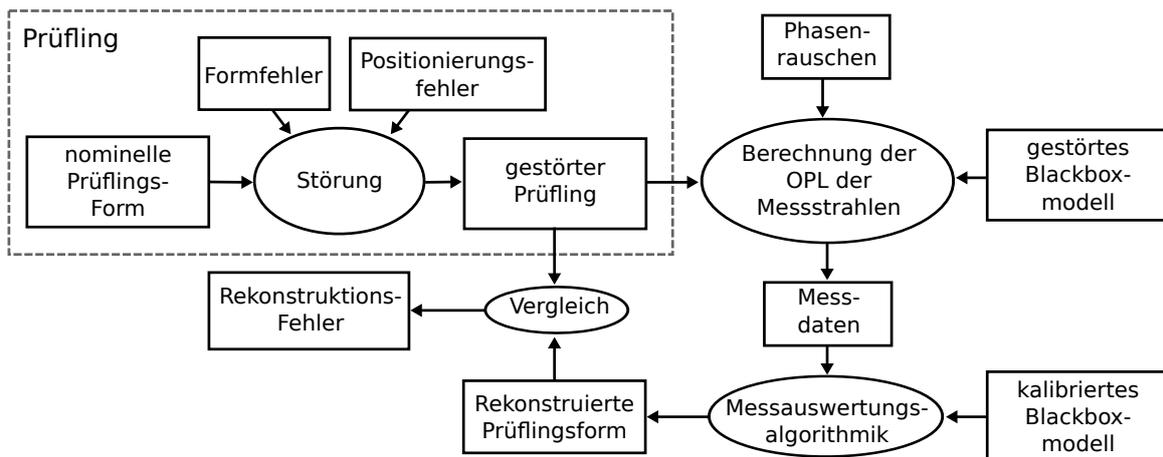


Abbildung 3.9.: Datenflussdiagramm der Simulationsumgebung zur Simulation einer Prüflingsmessung: Aus dem gestörten Prüfling werden die Messdaten in Form von OPLs im gestörten Interferometermodell berechnet. Die Prüflingsform wird aus diesen Daten rekonstruiert, wobei für die Auswertung das wahre Interferometermodell als nicht bekannt angenommen wird.

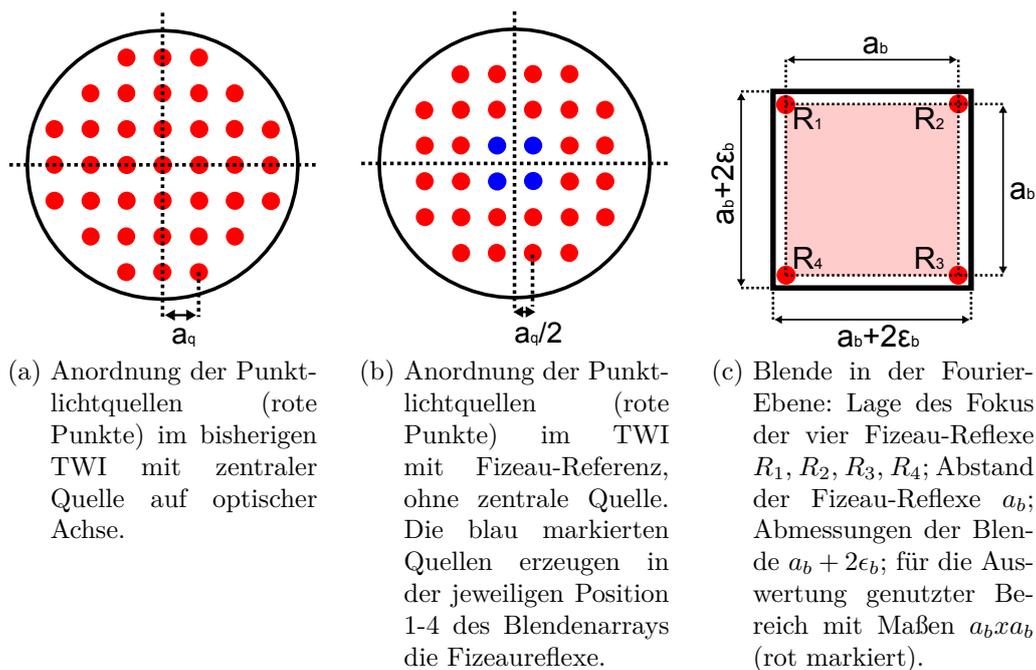
In Kapitel 6 werden Simulationen zur Messunsicherheit vorgestellt, welche mit der Simulationsumgebung berechnet wurden.

¹³Siehe Kapitel 3.6.1

¹⁴Siehe Kapitel 5

3.7. Das Tilted Wave Interferometer mit Fizeau-Referenz

Der bisherige Interferometeraufbau basiert auf einem Twyman-Green-Interferometer [130, 83]. Bei dieser Anordnung wird die Referenzwellenfront in einem separaten Referenzarm generiert. Im Unterschied dazu wird die Referenzwellenfront in einem Fizeau-Interferometer im Prüfarm generiert [82]. Aus der Fizeau-Anordnung ergeben sich einige Vorteile gegenüber der Twyman-Green-Anordnung. Der Pfad, den das Licht der Referenzwellenfront durch das Interferometer nimmt, weicht im Nulltest nur sehr gering vom Pfad der Prüfwellenfront ab. Eine solche Anordnung wird daher auch als „common path“ Interferometer bezeichnet. Dies führt dazu, dass sich Aberrationen in der Interferometeroptik weitgehend eliminieren, da sie sowohl in der Referenz- als auch in der Prüfwellenfront enthalten sind. Auch dynamische Störungen wie Indexschwankungen der umgebenden Luft sowie Aberrationen, die durch eine thermische Drift der optischen Komponenten entstehen, heben sich auf diese Weise weitgehend auf.



(a) Anordnung der Punktlichtquellen (rote Punkte) im bisherigen TWI mit zentraler Quelle auf optischer Achse.

(b) Anordnung der Punktlichtquellen (rote Punkte) im TWI mit Fizeau-Referenz, ohne zentrale Quelle. Die blau markierten Quellen erzeugen in der jeweiligen Position 1-4 des Blendenarrays die Fizeau-Reflexe.

(c) Blende in der Fourier-Ebene: Lage des Fokus der vier Fizeau-Reflexe R_1, R_2, R_3, R_4 ; Abstand der Fizeau-Reflexe a_b ; Abmessungen der Blende $a_b + 2\epsilon_b$; für die Auswertung genutzter Bereich mit Maßen $a_b \times a_b$ (rot markiert).

Abbildung 3.10.: Änderung des Punktlichtquellenarrays (a), wie es für die Verwendung eines Fizeau-Objektivs benötigt wird (b); (c) abgewandelte Interferometerblende

Bei der bisherigen Twyman-Green-Anordnung wird die zentrale Quelle beim Verschieben des Blendenarrays verdeckt (siehe Abbildung 3.1) und steht somit nicht für die Erzeugung der Referenzwellenfront in der Fizeau-Anordnung zur Verfügung. Daher ist es mit dieser Anordnung nicht möglich, die Referenzwellenfront für alle Positionen des Blendenarrays mithilfe eines Fizeau-Objektivs im Prüfarm zu generieren.

Durch eine geeignete Abwandlung des PLQA sowie eine modifizierte Interferometerblende kann der Aufbau jedoch so angepasst werden, dass in allen vier Positionen des Blendenarrays ein Fizeau-Reflex entsteht. Das abgewandelte PLQA ist in Abbildung 3.10b dargestellt. Das Raster ist im Vergleich zum bisherigen Array (siehe Abbildung 3.10a) in M - und N -Richtung jeweils um einen halben Quellenabstand a_q verschoben, sodass keine zentrale Quelle auf der optischen Achse mehr existiert. Stattdessen existieren vier zentrale Quellen, welche jeweils diagonal um $\frac{\sqrt{2}}{2}a_q$ von der optischen Achse entfernt liegen. Die Fokusse der Fizeau-Reflexe in der Blendenebene sind in Abbildung 3.10c dargestellt.

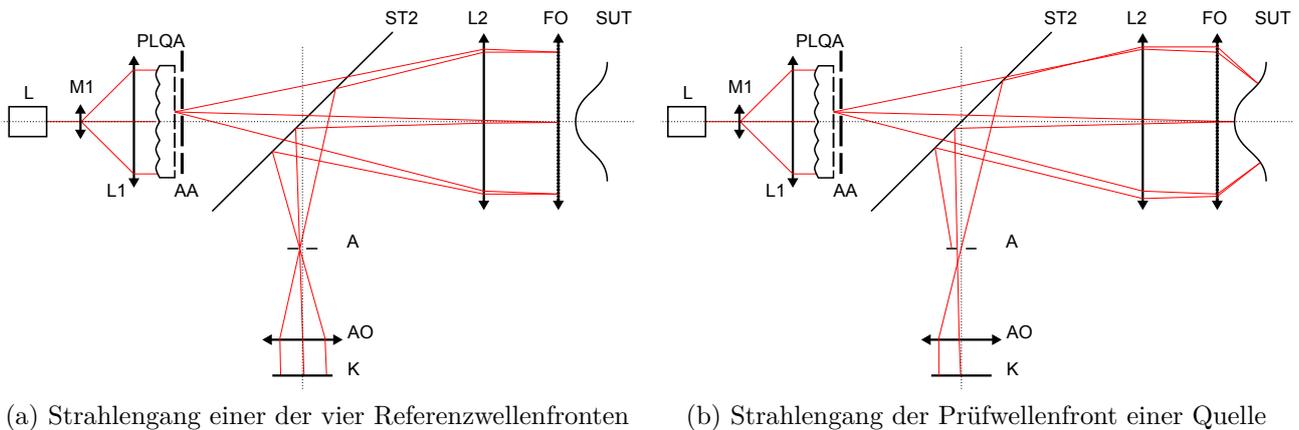


Abbildung 3.11.: Strahlengänge im TWI mit Fizeau-Objektiv; L : Laser; $M1$: Mikroskopobjektiv; $L1$, $L2$: Linsen; $PLQA$: Punktlichtquellenarray; AA : Blendenarray; $ST2$: Strahlteiler; FO : Fizeau-Objektiv; SUT : Prüfling; A : Blende; AO : Abbildungsoptik; K : Kamera

Diese vier Quellen erzeugen jeweils einen Fizeau-Reflex, welcher als Referenzwellenfront dient. Der Strahlengang der Prüfwellenfront einer Quelle sowie der Strahlverlauf der Referenzwellenfront, welcher von derselben Quelle erzeugt wird, ist in Abbildung 3.11 dargestellt. Durch die Verkipfung der Referenzwellenfront wird zu dem Interferogramm auf der Kamera eine Trägerfrequenz addiert, welche bei einer ebenen Prüfwellenfront bereits die Nyquist-Frequenz erreicht. Hierdurch wird die Dynamik des Interferometers begrenzt, da zusätzliche Aberrationen in der Prüfwellenfront, wie sie im Nicht-Nulltest zwangsläufig auftreten, die Nyquist-Frequenz überschreiten. Um die Phase der Interferogramme dennoch auswerten zu können, existieren drei bekannte Möglichkeiten:

- **Erhöhen der zulässigen Ortsfrequenz:** Eine erste Möglichkeit stellt die Erhöhung der maximal zulässigen Nyquist-Frequenz dar. Dies kann durch eine Verdoppeln der Kameraauflösung erreicht werden. Kameras mit einer Auflösung von 4069×4096 Pixeln sind bereits seit einigen Jahren am Markt erhältlich. Eine alternative Möglichkeit stellt die Halbierung des Abstands der Quellen a_q im Punktlichtquellenarray sowie eine Halbierung

der Blendengröße a_b dar. Der Nachteil dieser Lösung ist, dass dadurch eine höhere Anzahl an Patches entsteht, wodurch mehr Beugungseffekte an den Patchrändern auftreten und die Projektion des hochfrequenten Oberflächenfehlers aufwändiger wird¹⁵. Ein großer Vorteil dieser Variante ist, dass hierdurch Trägerfrequenzverfahren [95] für die Auswertung der Phase verwendet werden können. Da das Phasenschieben entfällt, ist die Auswertung bei Trägerfrequenzverfahren deutlich unempfindlicher gegenüber mechanischen Störungen, wie thermischer Drift oder Vibrationen [67]. Zudem wird die Messzeit dadurch weiter verkürzt. Da eine Einzelmessung, abhängig von der Geschwindigkeit der Kamera, nur Bruchteile von Sekunden dauert, kann über eine große Anzahl von Messungen n gemittelt werden, was den zufälligen Anteil des Phasenrauschens um $\frac{1}{\sqrt{n}}$ reduziert.

- **Phasenauswertung über Vorwissen:** Bei jeder Messung des TWI ist die zu erwartende Phase auf der Kamera bereits im Vorhinein bis auf wenige Wellenlängen bekannt¹⁶. Auch bei der Kalibrierung weicht die gemessene Phase von der nominellen Phase meist nur um wenige Wellenlängen ab. Durch Hinzunahme dieses Vorwissens ist es daher möglich, modulo 2π -Phasenkarten mittels Unwrappingalgorithmus zu verstetigen, ähnlich wie es bei der Sub-Nyquist-Interferometrie praktiziert wird [42], auch dann, wenn die Nyquist-Frequenz um den Faktor zwei überschritten wird. Damit der Phasenschiebekontrast der Messungen im Bereich hoher Frequenzen nicht einbricht, muss eine Kamera mit geringem Pixel-Füllfaktor gewählt werden oder eine Kamera mit höherer Auflösung, bei welcher nur jeder zweite Pixel pro Zeile und Spalte verwendet wird.
- **Verschiebung der Interferometerblende:** Eine weitere Möglichkeit besteht darin, beim Umschalten zwischen den Quellen nicht nur das Blendenarray, sondern auch die Interferometerblende zu verschieben. Hierdurch trifft der Fizeau-Reflex in jeder Position wieder in der Mitte der Blende auf, wodurch diese wie im herkömmlichen TWI alle Strahlen, welche die Nyquist-Frequenz überschreiten, ausblendet. Somit liegt die maximale Streifendichte unterhalb der Nyquist-Frequenz und kann über Phasenschiebeverfahren ausgewertet werden. Ein Nachteil dieser Lösung ist, dass sich durch das Verschieben der Blende auch die Bereiche auf der Prüflingsoberfläche verschieben, auf welchen ein Messsignal gewonnen wird. Dadurch ist die Abdeckung der Prüflingsoberfläche mit Strahlen nicht mehr flächenhaft gewährleistet. Dies kann dadurch gelöst werden, dass der Abstand der Quellen im PLQA verringert wird, sodass ein größerer Überlappbereich entsteht, welcher diesen Effekt kompensieren kann.

Ein Nachteil im Fizeau-Aufbau besteht darin, dass keine zentrale Punktlichtquelle auf der optischen Achse mehr existiert. Diese Quelle ist für die Justage des Interferometers sowie zur

¹⁵siehe Kapitel 5.4

¹⁶siehe Kapitel 5.4

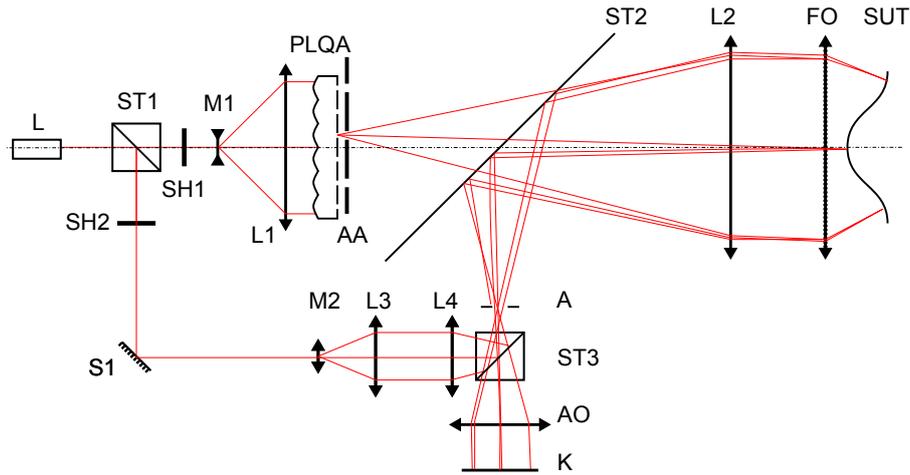


Abbildung 3.12.: Schematische Skizze eines Tilted Wave Interferometers mit Fizeau-Referenz. L: Laser; $ST1$, $ST2$, $ST3$: Strahlteiler; $M1$, $M2$: Mikroskopobjektiv; $SH1$, $SH2$: Shutter; $PLQA$: Punktlichtquellenarray; AA : Blendenarray; $L1$ - $L4$ Linse; FO : Fizeau-Objektiv; SUT : Prüfling; $S1$: Spiegel; A : Blende; AO : Abbildungsoptik; K : Kamera

Justage von Prüflingen im Prüfraum sehr nützlich¹⁷. In Abbildung 3.12 ist dargestellt, wie der Aufbau abgewandelt werden kann, um eine zusätzliche zentrale Quelle zu erhalten. Hierfür wird ein Teil des Lichts aus der Laserquelle (L) mittels eines Strahlteilers ($ST1$) ausgekoppelt und über einen Spiegel ($S1$) zu einer Optik geführt, welche den Strahl mittels eines Fernrohrs, bestehend aus einem Mikroskopobjektiv ($M2$) und einer Linse ($L3$), aufweitet und die ebene Wellenfront anschließend durch eine weitere Linse ($L4$) in eine kugelförmige Wellenfront transformiert. Die Wellenfront wird durch einen weiteren Strahlteiler ($ST3$) in den Abbildungsarm des Interferometers geführt. Die Brennweite der Linse ($L4$) ist so gewählt, dass der Fokus in der Mitte der Blendenebene des Interferometers liegt. Der Fokus stellt die zusätzliche Quelle dar, welche über den Strahlteiler ($ST2$) in den Prüfarm des Interferometers reflektiert wird. Ab hier entspricht der Verlauf der Strahlen dem der anderen Quellen.

Für die Kalibrierung des TWI mit Fizeau-Referenz muss das bestehende Interferometermodell¹⁸ leicht abgewandelt werden. Im bisherigen Modell sind die OPD zwischen den Strahlen aus dem Prüfraum zur Kamera und der Referenzwelle in der P-Blackbox enthalten (siehe Gleichung 4.6). Die Referenzwelle ist dabei in der ersten Zeile der Polynomkoeffizienten \mathbf{P}_{kl} enthalten. Durch die Verwendung der vier Fizeau-Reflexe als Referenzwellenfront existiert nicht mehr eine einzige globale Referenz sondern abhängig von der Position des Blendenarrays, vier unterschiedliche Wellenfronten. Daher muss für das Interferometermodell mit Fizeau-Referenz die erste Zeile des Polynomkoeffizienten \mathbf{P}_{kl} vierfach vorliegen und je nach Position des Blendenarrays in \mathbf{P}_{kl} ein-

¹⁷siehe Kapitel 5.2

¹⁸siehe Kapitel 4.1

gesetzt werden. In der Kalibrierung werden die zusätzlichen Koeffizienten dem Lösungsvektor \boldsymbol{x} hinzugefügt.

4. Kalibrierung des Tilted Wave Interferometers

Eine Kalibrierung ist ein Messprozess, welcher dazu dient, die systematische Abweichung der ermittelten Messgrößen eines Messgeräts von der wahren Größe [55] festzustellen. Dies erfolgt durch die Vermessung eines Normals, dessen wahre Größe innerhalb einer Messunsicherheit bekannt ist, oder aus dem Vergleich zu anderen Messgeräten. In einem zweiten Schritt wird die ermittelte Abweichung zur Korrektur der Messgrößen des Messgeräts verwendet [58]. Eine grobe Klassifizierung der Kalibriermethoden kann nach folgenden Kategorien erfolgen:

- **Modellfreie Kalibrierung:** Hierbei werden die ermittelten Korrekturwerte in Abhängigkeit von der Messgröße (oder auch weiteren unabhängigen Variablen) aufgezeichnet und anschließend zur Korrektur der Messgröße verwendet.
- **Modellbasierte Kalibrierung:** Das physikalische Funktionsprinzip des Messgerätes wird in ein mathematisches Modell überführt, welches dieses möglichst genau abbildet (z.B. Raytracingmodell eines Interferometers mit Linsenradien, Linsendicken usw. als Parameter). Ziel der Kalibrierung ist es, die Modellparameter so anzupassen, dass die gemessenen Größen möglichst gut mit den wahren Größen übereinstimmen. Dies kann durch direktes Vermessen der Modellparameter erfolgen (z.B. Linsenradien) oder über einen Optimierungsalgorithmus, welcher als Zielfunktion eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen gemessener Größe und als bekannt angenommener Größe des Normals hat.
- **Blackboxmodellbasierte Kalibrierung:** Hierbei wird wie bei der modellbasierten Kalibrierung, ein mathematisches Modell des Messgeräts erstellt. Der Unterschied zur modellbasierten Kalibrierung liegt darin, dass das Modell nicht versucht, die physikalischen Prozesse im Messgerät nachzubilden. Stattdessen ist es das Ziel, den Einfluss der unabhängigen Variablen auf die Messgröße durch ein möglichst einfaches, mathematisch gut zu beherrschendes Modell zu erfassen. Der Vorteil hierbei ist, dass bei der Modellauslegung stärker auf die mathematischen Eigenschaften geachtet werden kann. Dies ist insbesondere dann entscheidend, wenn die Modellparameter über einen Optimierungsalgorithmus bestimmt werden.

Bei Interferometern, welche im Nicht-Nulltest messen, dient die Kalibrierung nicht nur zur Erhöhung der Messgenauigkeit, sondern macht in vielen Fällen eine Messung erst möglich [76, 141, 119, 22, 140, 72, 73, 124]. Dies liegt daran, dass bei Verletzen der Nulltestbedingung die Retracefehler teilweise mehrere Größenordnungen über der zu ermittelnden Messgröße liegen. Daher ist eine genaue Kenntnis der OPLs im Interferometer notwendig, um die Form des Prüflings aus den Messdaten rekonstruieren zu können.

4.1. Mathematische Modellierung des Interferometers

Die Kalibrierung des TWI basiert auf einem Blackbox-Modell [70]. Zur Implementierung des Blackbox-Modells werden Hamiltonsche charakteristische Funktionen verwendet [15]. Mithilfe einer dieser Funktionen, der Punkt-charakteristischen Funktion, lässt sich die OPL \hat{b} zwischen zwei Punkten $A(x, y, z)$ sowie $A'(m, n, o)$ im Raum als eine Funktion der Koordinaten der Punkte ausdrücken (siehe Gleichung 4.1). Die Voraussetzung hierfür ist, dass die Punkte A und A' in einem kaustikfreien Bereich liegen sodass für jedes Punktpaar nur eine gültige OPL existiert. Zudem werden wellenoptische Phänomene wie Beugung nicht erfasst.

$$\hat{b} = \hat{W}(x, y, z, m, n, o) \tag{4.1}$$

Für einen Lichtstrahl in einem Subsystem (siehe Abbildung 4.1), der A_1 mit A_2 verbindet, lassen sich neben der OPL auch die Richtungskosinuse α, β, γ des Strahls in A und A' berechnen. Mit den Koordinaten von A und den Richtungskosinussen kann ein Strahl durch A definiert werden, dessen weiterer Verlauf durch das optische System mittels Raytracing berechnet werden kann. Dadurch lässt sich ein optisches System in mehrere Subsysteme unterteilen (siehe Abbildung 4.1), wobei als Schnittstelle zwischen den Systemen jeweils die Strahlkoordinaten dienen.

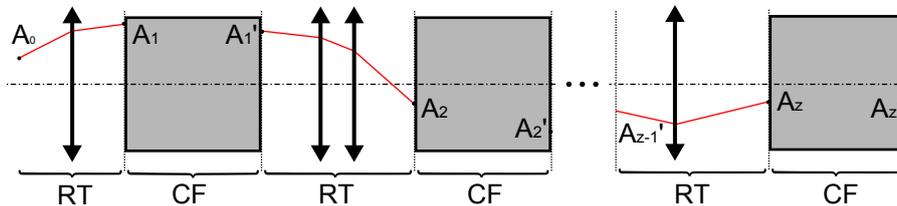


Abbildung 4.1.: Beispiel zur Unterteilung eines optischen Systems in mehrere Subsysteme. Die OPL des Strahls der $A_0(x, y)$ und $A'_z(m, n)$ verbindet, ergibt sich aus der Summe der OPLs der Subsysteme. *CF*: Durch eine charakteristische Funktionen beschriebenes Subsystem; *RT*: Mittels geometrischer Optik (Raytracing) beschriebenes Subsystem; Als Schnittstelle zwischen den Subsystemen werden Positionen und Richtungskosinuse von Strahlen verwendet.

Die Subsysteme lassen sich dabei beliebig kombinieren, wobei sowohl ein durch Raytracing als auch ein durch eine Blackbox beschriebenes System an der Quelle oder Senke eines Strahls stehen kann. Durch Beschränken der Koordinaten von A und A' auf jeweils eine Referenzebene kann die charakteristische Funktion vereinfacht werden (siehe Abbildung 4.1).

$$\hat{b} = \hat{W}(x, y, m, n) \quad (4.2)$$

Der weitere Verlauf eines Strahls zu einem Punkt $A(x, y, z)$ außerhalb der Referenzebene kann durch Raytracing berechnet werden. Das optisches System ist somit durch Gleichung 4.2 vollständig beschrieben.

Für die Beschreibung des TWI werden zwei Blackboxen verwendet, die jeweils einen Teil des Interferometers abdecken (siehe Abbildung 4.24).

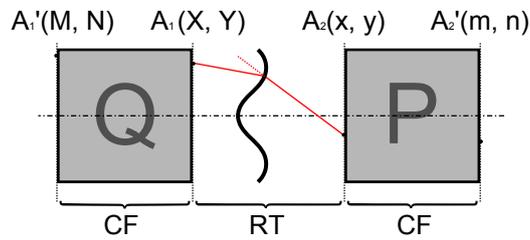


Abbildung 4.2.: Verkettung der Blackboxen beim TWI. Die Quellenblackbox Q beschreibt die Beleuchtungswellenfronten. Die Pixelblackbox P beschreibt die OPL der Strahlen aus dem Prüfraum zur Kamera. Der Strahlverlauf im Prüfraum sowie die Reflexion am Prüfling wird über Raytracing berechnet. (Bei konvexen Prüflingen liegt die Referenzebene der Pixelblackbox hinter dem Prüfling, sodass die OPL dieser Steckte negativ sind.) M, N : normierte diskrete Quellenposition; m, n : normierte diskrete Pixelposition; X, Y, x, y : normierte stetige Koordinaten auf den Referenzebenen

Die erste Blackbox beschreibt die OPL der Lichtstrahlen, welche von den diskreten Quellen des PLQA zu einer Referenzebene E_Q im Prüfraum propagieren. Die zweite Blackbox beschreibt die OPL aus dem Prüfraum zu den Pixeln auf dem Kamerachip. Die Strahlen im Prüfraum werden mittels Raytracing berechnet, wodurch es möglich ist, Strahlen über beliebige Prüflinge zu berechnen, was bei einer Beschreibung des gesamten Interferometers mit nur einer charakteristischen Funktion nicht möglich wäre.

Die OPL eines Strahls von einer Quelle (M, N) , in Abhängigkeit von der Position auf den Referenzebene im Prüfraum (X, Y) , kann in Form einer charakteristischen Funktion durch Zernike-Polynome [139] dargestellt werden.

$$\hat{W}_Q(X, Y) = \sum_i \mathbf{q}_i Z_i(X, Y) \quad (4.3)$$

Dabei sind X und Y die normierten Koordinaten auf der Quellenbezugsebene E_Q (siehe Abbildung 4.3) und Z_i die Zernike-Polynome, welche durch den sequentiellen Index i nach Null indiziert sind [93]. Der Vektor \mathbf{q}_i enthält die Polynomkoeffizienten zur Beschreibung der Wellenfronten. Da sich die OPL von Quelle zu Quelle unterscheiden, ist \mathbf{q}_i abhängig von der jeweiligen Quelle (M, N), was geschrieben werden kann als

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i(M, N) = \sum_j \mathbf{Q}_{ij} Z_j(M, N), \quad (4.4)$$

wobei Z_j wiederum ein Zernike-Polynom ist, j die sequentiellen Indices, M, N die normierten Koordinaten der Quellenposition auf dem PLQA und \mathbf{Q}_{ij} eine 2-dimensionale Matrix, welche die Polynomkoeffizienten enthält. Durch Einsetzen von Gleichung 4.4 in 4.3 erhalten wir die OPL in Abhängigkeit von M, N, X und Y zu

$$\hat{W}_Q(X, Y, M, N) = \sum_{ij} \mathbf{Q}_{ij} Z_j(M, N) Z_i(X, Y). \quad (4.5)$$

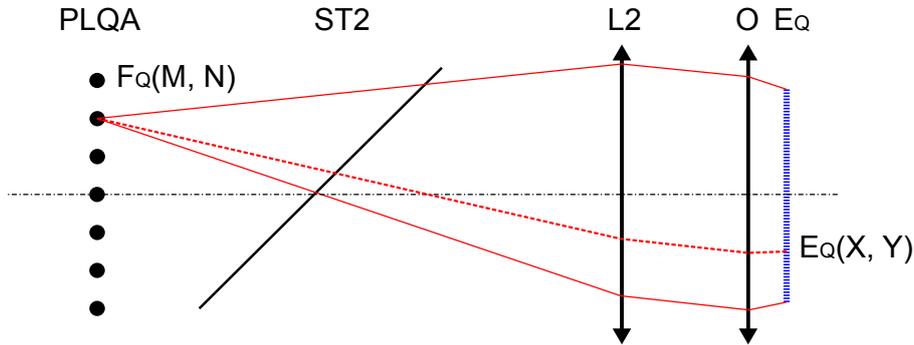


Abbildung 4.3.: Definition der Quellen-Blackbox Q mit Bezugsebene F_Q in der Ebene des $PLQA$ und Bezugsebene E_Q . Die OPL eines Strahls (rote gestrichelte Linie) von Bezugsebene F_Q nach E_Q wird beschrieben durch $\hat{W}_Q(M, N, X, Y)$. $PLQA$: Punktlichtquellenarray; $ST2$: Strahlteiler; $L2$: Kollimationslinse; O : Objektiv; E_Q : Quellenbezugsebene

Die zweite Blackbox beschreibt die OPL zwischen einer zweiten Bezugsebene im Prüfraum E_P und der Ebene des Kamerachips F_P (siehe Abbildung 4.4). Hierbei wird die selbe mathematische Beschreibung wie bei der Quellenblackbox verwendet

$$\hat{W}_P(x, y, m, n) = \sum_{kl} \mathbf{P}_{kl} Z_l(m, n) Z_k(x, y), \quad (4.6)$$

wobei x, y die normierten Koordinaten auf der Pixelbezugsebene E_P und m, n die normierten Koordinaten der Pixel auf dem Kamerachip sind. Die Indices k, l sind analog zu den Indices i und j der Quellenblackbox und Z sind Zernike-Polynome mit den Polynomkoeffizienten \mathbf{P}_{kl} . Da bei einer interferometrischen Messung nur die Differenz zwischen Prüf- und Referenzwellenfront bekannt ist, enthält \mathbf{P}_{kl} nicht die OPL, sondern die OPD. Somit sind die Aberrationen der Referenzwelle bereits in \mathbf{P}_{kl} enthalten.

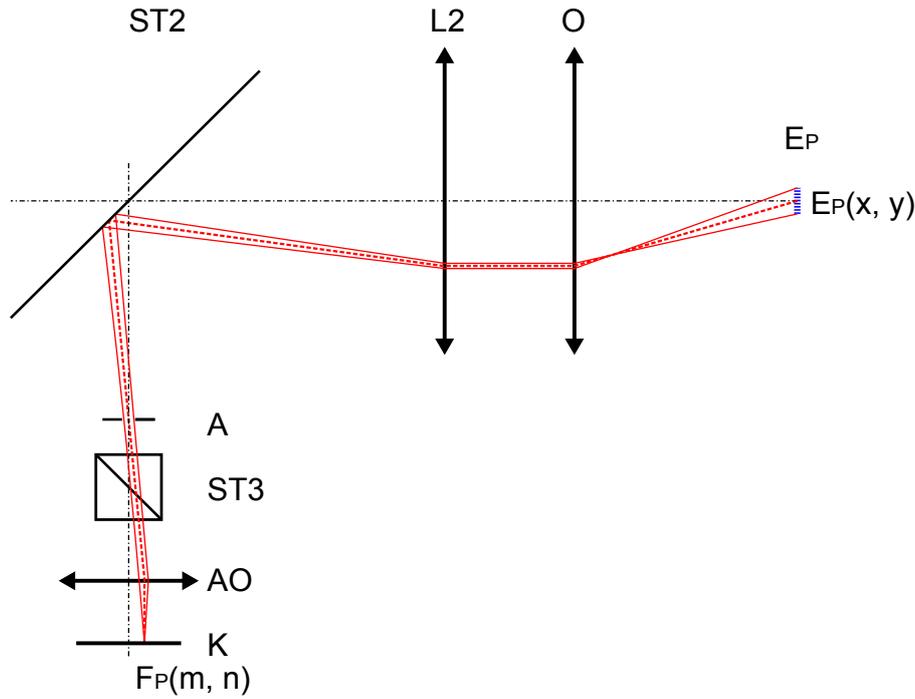


Abbildung 4.4.: Definition der Pixel-Blackbox. Die OPL eines Strahls (rote gestrichelte Linie) von E_P nach F_P wird berechnet aus $W_P(m, n, x, y)$. $ST2$: Strahlteiler; $L2$: Linse; O : Objektiv; E_P : Pixelbezugsebene; A : Aperturblende; AO : Abbildungsoptik; K : Kamerachip

Die OPL \hat{b} eines Strahls von einer Quelle des Mikrolinsenarrays über einen Prüfling zu einem Pixel auf der Kamera ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \hat{W}(\mathbf{Q}, \mathbf{P}, M, N, X, Y, m, n, x, y, \mathbf{p}, \mathbf{D}) \\ &= \hat{W}_Q(M, N, X, Y) + \hat{W}_P(m, n, x, y) + \hat{W}_{\text{geometrisch}}(\mathbf{Q}, \mathbf{P}, M, N, m, n, \mathbf{p}, \mathbf{D}), \end{aligned} \quad (4.7)$$

wobei \mathbf{p} die Position p_u, p_v, p_w und Orientierung p_α, p_β und p_γ des Prüflings im Raum beschreiben. \mathbf{D} beschreibt die Prüflingsform. $\hat{W}_{\text{geometrisch}}$ beschreibt die OPL der Strahlen im Prüfraum und setzt sich zusammen aus der OPL von E_Q zum Schnittpunkt mit dem Prüfling und der OPL vom Schnittpunkt bis zu E_P , welche dem geometrischen Abstand dieser Punkte entspricht. Dies kann je nach Art des Prüflings über eine Kugelgleichung, ein Polynom oder

eine beliebige andere differenzierbare mathematische Flächenbeschreibung erfolgen. Unter der Annahme, dass sich der Prüfling und der Kamerachip außerhalb von Kaustiken befinden, sowie durch Einführen des Interferometermodells

$$\hat{\mathfrak{G}} = \hat{W}_Q + \hat{W}_P + \hat{W}_{\text{geometrisch}} \quad (4.8)$$

lässt sich Gleichung 4.7 zusammenfassen zu

$$\hat{b} = \hat{\mathfrak{G}}(\mathbf{Q}, \mathbf{P}, M, N, m, n, \mathbf{p}, \mathbf{D}), \quad (4.9)$$

wobei der genaue Strahlverlauf und somit auch die Positionen X, Y sowie x, y des Strahls von M, N über den Prüfling nach m, n über einen iterativen Algorithmus eindeutig bestimmt werden kann. Dies kann weiter vereinfacht werden zu

$$\hat{b} = \hat{\mathfrak{G}}(\mathbf{Q}, \mathbf{P}, S, \mathbf{p}, \mathbf{D}), \quad (4.10)$$

wobei S einen Strahl $S(M, N, m, n)$ definiert.

4.2. Kalibrierung als inverses Problem

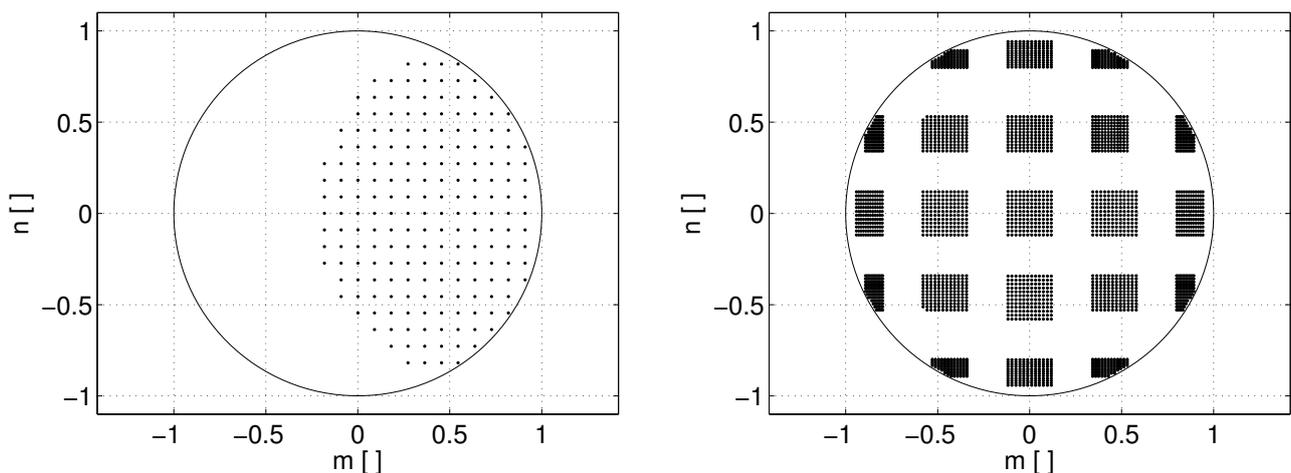
Ziel der Interferometerkalibrierung ist es, die Aberrationen des realen Interferometers zu bestimmen. Es müssen also die Polynomkoeffizienten Q_{ij} sowie P_{kl} berechnet werden. Wie bei den meisten Kalibrierverfahren für flächenhaft messende Interferometer wird dazu eine möglichst genau bekannte Referenzfläche vermessen, um aus den Messergebnissen auf die Interferometeraberrationen schließen zu können. Die Berechnung der Blackbox-Koeffizienten erfolgt dabei über die Lösung eines inversen Problems.

4.2.1. Grundlagen der Kalibrierung

Als Startpunkt für die Kalibrierung dient ein erster Satz von Blackboxpolynomen, deren Koeffizienten Q_{nomij} sowie P_{nomkl} über Raytracing aus dem nominellen Interferometerdesign berechnet werden. Wir definieren nun einen Satz von Strahlen $S(M, N, \mathbf{m}, \mathbf{n})$ über eine bekannte Referenzfläche, beispielsweise eine Sphäre, durch das Interferometer. Die OPLs der Strahlen für das nominelle System ergeben sich zu (siehe Abbildung 4.6a)

$$\hat{\mathbf{b}}_{nom} = \hat{\mathcal{G}}(Q_{nom}, P_{nom}, S, \mathbf{p}_{nom}, D). \quad (4.11)$$

Die Menge aller Strahlen einer Quellenwellenfront $\mathbf{q}_i(M, N)$ über eine Position \mathbf{p} eines Prüflings, die auf der Kamera eine zusammenhängende Menge von Pixeln m, n bilden, wird im Folgenden als "Patch" bezeichnet. Da die absolute OPL bei der interferometrischen Messung nur modulo-



(a) Patch einer Position, bei der nur Licht von einer Quelle M, N die Kamera erreicht.

(b) Patchverteilung einer Position, bei der Licht von mehreren Quellen M, N die Kamera erreicht.

Abbildung 4.5.: Definition der Patches. Die Plots zeigen jeweils die normierte Position m, n der Strahlen S auf dem Kamerachip.

2π bekannt ist, wird für jeden Patch ein Bezugsstrahl gewählt, auf den sich die OPL der anderen Strahlen beziehen. Es wird also die OPD zwischen den einzelnen Strahlen und dem Bezugsstrahl S_0 und nicht die unbekannte, absolute OPL verwendet.

$$\mathbf{b}_{nom} = \mathfrak{G}(\mathbf{Q}_{nom}, \mathbf{P}_{nom}, \mathbf{S}, \mathbf{p}_{nom}, \mathbf{D}) = \hat{\mathbf{b}}_{nom} - \hat{\mathfrak{G}}(\mathbf{Q}_{nom}, \mathbf{P}_{nom}, S_o, \mathbf{p}_{nom}, \mathbf{D}) \quad (4.12)$$

Dabei ist $S_o(M, N, m_o, n_o)$ der Bezugsstrahl innerhalb des Patches. Der Gesamtvektor $\tilde{\mathbf{b}}_{nom}$ (siehe Abbildung 4.6b) ergibt sich durch die Vereinigung mehrere Vektoren \mathbf{b}_{nom} , wobei die Referenzfläche an verschiedenen Orten im Prüfraum positioniert wird und in jeder Position mindestens ein Patch enthalten ist.

$$\tilde{\mathbf{b}}_{nom} = [\mathbf{b}_{nom}(\mathbf{p}_{nom_1}) \cdots \mathbf{b}_{nom}(\mathbf{p}_{nom_n})] \quad (4.13)$$

Die Gesamtheit aller Strahlen $\tilde{\mathbf{S}}$, wird so gewählt, dass die beiden \mathbb{R}^4 Räume $\mathbb{Q}(M, N, X, Y)$ und $\mathbb{P}(m, n, x, y)$ jeweils ausreichend abgetastet sind¹, und weitere Bedingungen erfüllt sind², sodass das Ausgleichsproblem zum Fit der Blackbox-Polynome eine stabile und eindeutige Lösung findet.

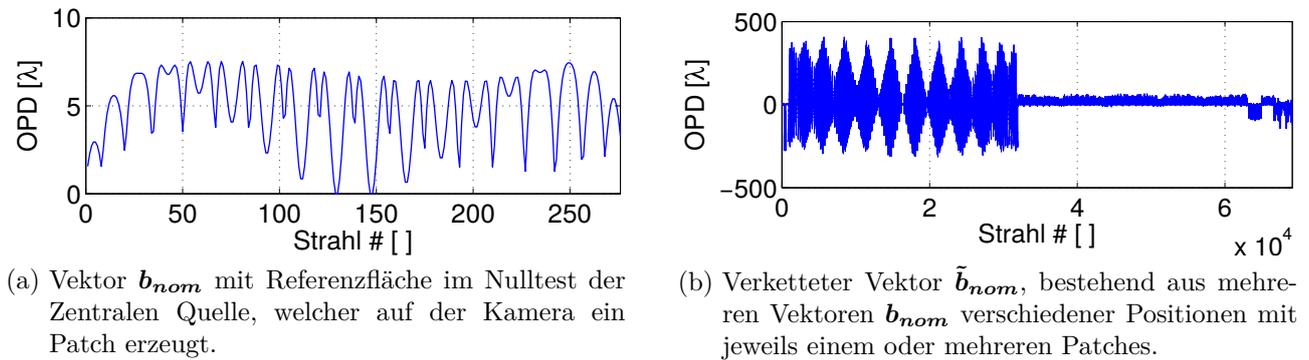


Abbildung 4.6.: OPDs \mathbf{b} der Strahlen $\mathbf{S}(M, N, m, n)$

Wir definieren als Interferometermodellparameter \mathbf{x} die Menge aller unbekanntenen Modellparameter, welche einen Einfluss auf die OPD eines Strahls S durch das Interferometer haben

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{Q}, \mathbf{P}, \mathbf{p}, \mathbf{O}\}, \quad (4.14)$$

wobei \mathbf{O} das Phasenrauschen des jeweiligen Bezugsstrahls eines Patches darstellt, welches ebenfalls unbekannt ist. Die Strahldefinitionen $\tilde{\mathbf{S}}$ sowie die Form der Referenzfläche \mathbf{D} werden als bekannt angenommen und gehören nicht zum Interferometermodell. Als Eingangsdaten für die Kalibrierung dient der Vektor $\tilde{\mathbf{b}}_{real}$. Dazu wird die Referenzfläche an den in \mathbf{p} definierten Po-

¹Siehe Kapitel 4.5.1

²siehe Kapitel 4.5

sitionen im Prüfraum positioniert und mittels PSI die Phase an den Kamerapixelpositionen in $\tilde{\mathbf{S}}$ extrahiert. Die Modellparameter \mathbf{x}_{real} werden aus den Kalibrierdaten $\tilde{\mathbf{b}}_{real}$ über die Lösung eines inversen Problems berechnet.

Das Vorwärtsproblem ist definiert als die Berechnung der OPD aus den Modellparametern.

$$\tilde{\mathbf{b}} = \mathfrak{G}(\mathbf{x}, \mathbf{S}, \mathbf{D}) \quad (4.15)$$

Somit ist das inverse Problem dazu die Berechnung der Modellparameter aus den gemessenen OPD.

$$\mathbf{x} = \mathfrak{G}^{-1}(\tilde{\mathbf{b}}, \mathbf{S}, \mathbf{D}) \quad (4.16)$$

Zur Lösung des inversen Problems wird das nichtlineare Modell \mathfrak{G} durch ein lineares Modell approximiert. Dazu wird eine Variationsmatrix \mathbf{A} erstellt, welche die Systemantwort des Vorwärtsproblems auf kleine Änderungen der Modellparameter um den Betrag ϵ enthält. Die Variationsmatrix \mathbf{A} wird gebildet, indem nacheinander alle Modellparameter \mathbf{x}_η variiert werden, wobei jeder der resultierenden Vektoren $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial x_\eta}$ jeweils einen Spaltenvektor von \mathbf{A} bildet. Die Änderung der OPD in Abhängigkeit von der Änderung eines Modellparameters ergibt sich zu:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial x_\eta}(\epsilon) = \mathfrak{G}(\mathbf{x}_\eta(\epsilon), \tilde{\mathbf{S}}, \mathbf{D}) - \mathfrak{G}(\mathbf{x}_{nom}, \tilde{\mathbf{S}}, \mathbf{D}). \quad (4.17)$$

Alternativ können die partiellen Ableitungen unter Annahme des Fermatschen Prinzips auch analytisch berechnet werden [30]. Dabei ist $\mathfrak{G}(\mathbf{x}_\eta(\epsilon))$ das Interferometermodell, bei welchem der Parameter x_η um ϵ variiert wurde und $\mathfrak{G}(\mathbf{x}_{nom})$ das Interferometermodell mit nominellen Parametern \mathbf{x}_{nom} . Der Eintrag $A_{\eta\zeta}$ enthält somit die Änderung der OPD von b_ζ , die der Strahl S_ζ durch eine Änderung von x_η um den Betrag ϵ erfährt. Der Aufbau der Matrix \mathbf{A} ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Die Matrix beinhaltet Variationen der Modellparameter \mathbf{Q}_{ij} , \mathbf{P}_{kl} und der Position \mathbf{p} der Referenzfläche. Wird als Referenzfläche eine Sphäre verwendet, hat eine Rotation der Sphäre keinen Einfluss auf die OPL, sodass drei Translationen zur Beschreibung der Position im Raum ausreichen. Zusätzlich zu den Modellparametern wird für jeden Patch in $\tilde{\mathbf{b}}$ eine Spalte zu \mathbf{A} hinzugefügt. Dieser Vektor ist bei allen Strahlen, die zum jeweiligen Patch gehören, außer im Bezugsstrahl auf den Wert 1 gesetzt, sonst 0. Diese Spalten dienen dazu, Phasenrauschen der OPD der Bezugsstrahlen zu modellieren.

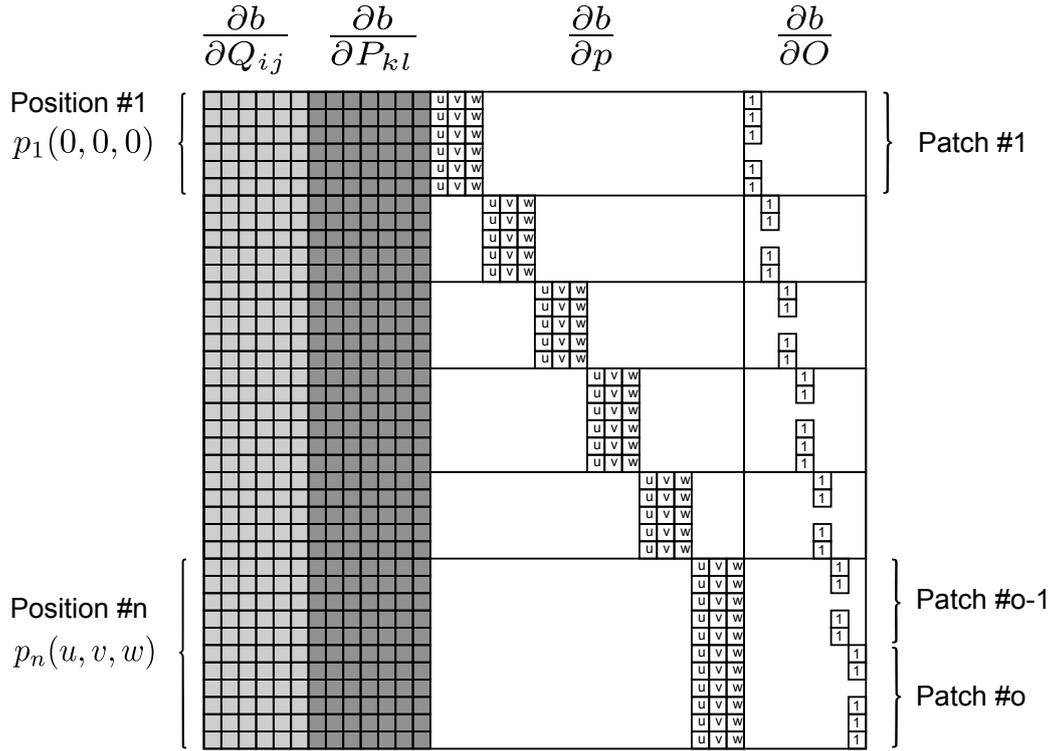


Abbildung 4.7.: Definition der Variationsmatrix \mathbf{A} . Die Spalten der Matrix enthalten jeweils die Änderungen der OPD von $\tilde{\mathbf{b}}$, die durch eine Variation der Modellparameters \mathbf{x} entstehen. Der hellgraue Bereich enthält die partielle Ableitung der OPL nach $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial Q_{ij}}$. Der dunkelgraue Bereich enthält die partielle Ableitung OPL nach $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial P_{ij}}$. Der weiße Bereich stellt Nullen dar. Die Einträge u , v , w stellen die partiellen Ableitungen OPL nach $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial p_u}$, $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial p_v}$ sowie $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial p_q}$ dar. Die Variation der Position der Referenzfläche hat nur Einfluss auf die Strahlen, die zu dieser Kalibrierposition \mathbf{p}_n gehören, sodass die restlichen OPDs unverändert bleiben. Der Einfluss der Variation des Phasenrauschens der Bezugsstrahlen begrenzt sich auf den zugehörigen Patch o .

4.2.2. Lösung des inversen Problems

Mithilfe der Pseudoinversen \mathbf{A}^+ der Variationsmatrix lassen sich die Modellparameter \mathbf{x}_{calib} iterativ berechnen über

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \frac{\mathbf{A}^+ * (\tilde{\mathbf{b}}_{real} - \tilde{\mathbf{b}}_{i-1})}{\epsilon}. \quad (4.18)$$

Die Iteration ist notwendig, da das reale Interferometermodell \mathfrak{G}_{real} im allgemeinen nichtlinear ist. Die Berechnung entspricht dabei einem mehrdimensionalen Newton-Verfahren [47]. Die Werte für $\tilde{\mathbf{b}}_0$ sowie \mathbf{x}_0 entsprechen den nominellen Werten $\tilde{\mathbf{b}}_{nom}$ und \mathbf{x}_{nom} . Für typische Justagezustände des Interferometers sind zwei bis vier Iterationen ausreichend, um die Konvergenzgrenze zu erreichen. Ist das Interferometer stärker dejustiert, so kann die Konvergenz verbessert werden, indem nach jedem Iterationsschritt die Variationsmatrix \mathbf{A} neu berech-

net wird. Dies ist dann notwendig, wenn die Lösung des inversen Problems im Lösungsraum weit vom Startwert entfernt liegt. Aufgrund von Nichtlinearitäten ergeben sich in diesem Fall geringfügig andere Werte für die Einträge in \mathbf{A} , was zu Fehlern bei der Rekonstruktion der Modellparameter führen kann.

Die Pseudoinverse berechnet sich aus der Singulärwertzerlegung (SVD) [40] von \mathbf{A}

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^*, \quad (4.19)$$

wobei die SVD von \mathbf{A} definiert ist zu

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^* \quad (4.20)$$

mit den Singulärwerten $\mathbf{\Sigma}$ sowie dem Links- und Rechts-Singulärvektor \mathbf{U} und \mathbf{V} . Die Matrix $\mathbf{\Sigma}$ ist dabei eine Diagonalmatrix deren Diagonale die Singulärwerte σ enthält. Um $\mathbf{\Sigma}$ invertieren zu können, müssen die Singulärwerte $\sigma_i \neq 0$ sein. Die numerische Kondition des linearen Gleichungssystems, welches das inverse Problem beschreibt, lässt sich aus der Konditionszahl der Matrix \mathbf{A} abschätzen, welche definiert ist über

$$\kappa(\mathbf{A}) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}, \quad (4.21)$$

wobei σ_{max} und σ_{min} der größte beziehungsweise kleinste Singulärwert von \mathbf{A} sind. Die Konditionszahl beschreibt, um welchen Verstärkungsfaktor ein Fehler in den Eingangsdaten $\tilde{\mathbf{b}}$ maximal auf die Lösung \mathbf{x}_{calib} übertragen wird.

Um eine stabile Lösung der Modellparameter \mathbf{x}_{calib} zu erhalten, muss die Kondition der Matrix optimiert werden. Dies kann zum einen durch mathematische Regularisierungsverfahren wie Truncated Singular Value Decomposition (TSVD) oder Tikhonov-Regularisierung [125] erreicht werden, bei welchen das schlecht konditionierte inverse Problem durch ein besser konditioniertes Ersatzproblem ausgetauscht wird. Der Nachteil solcher Regularisierungsverfahren ist, dass die Lösung des Gleichungssystems zwar stabiler wird, jedoch durch die Regularisierung einen Regularisierungsfehler aufweist. Eine andere Möglichkeit zur Verbesserung der Kondition ist eine intelligente Wahl der Messdaten, auf welchen das inverse Problem definiert ist, also die Wahl der Referenzobjekte \mathbf{D} , der Kalibrierpositionen \mathbf{p}_{nom} sowie der Strahlen $\tilde{\mathbf{S}}$. Der Vorteil solcher einer "physikalischen Konditionierung" im Vergleich zu einer mathematischen Regularisierung ist, dass dabei kein Regularisierungsfehler entsteht.

4.3. Bewertung der Stabilität und Eindeutigkeit unterschiedlicher Kalibrierkonfigurationen

Aus den im Folgenden vorgestellten Methoden zur physikalischen Konditionierung des inversen Problems³ ergibt sich eine große Anzahl von Parametern, welche zu optimieren sind. Darunter fallen die Wahl der Kalibrierobjekte \mathbf{D} , die Wahl der Messpositionen \mathbf{p} , an welchen die Kalibrierdaten aufgenommen werden, die Wahl der Strahlen in $\tilde{\mathbf{S}}$ über diese Messpositionen sowie die Wahl geeigneter mathematischer Regularisierungsmethoden. Zusätzlich müssen geeignete Nebenbedingungen gewählt werden, um das Koordinatensystem im Kalibrierraum eindeutig zu definieren⁴. Aufgrund der hohen Komplexität des Verfahrens können die Einflüsse verschiedener Konfigurationen nur simulativ bestimmt werden⁵. Die Qualität einer Konfiguration lässt sich dabei anhand der Abweichung der rekonstruierten Blackboxwellenfronten \mathbf{Q}_{calib} sowie \mathbf{P}_{calib} von den realen Wellenfronten \mathbf{Q}_{real} sowie \mathbf{P}_{real} bestimmen, welche in der Simulation bekannt sind. Mit $\mathbf{Q}_{err} = \mathbf{Q}_{calib} - \mathbf{Q}_{real}$ erhalten wir durch Einsetzen in 4.5

$$\hat{W}_{Q_{err}}(X, Y, M, N) = \sum_{ij} \mathbf{Q}_{err_{ij}} Z_j(M, N) Z_i(X, Y). \quad (4.22)$$

Die OPLs $\hat{W}_{Q_{err}}$ werden für ein Raster von Stützstellen auf $E_Q(X, Y)$ und für jede Quelle $Q(M, N)$ berechnet. Das Ergebnis lässt sich in einem Plot darstellen, wie in Abbildung 4.8a dargestellt. Für die Pixelwellenfronten wird analog für eine Auswahl von Pixeln $P(m, n)$ ein Raster auf Pixelbezugsebene $E_P(x, y)$ definiert und die OPLs der Strahlen berechnet (siehe Abbildung 4.8b). Als Kostenfunktion für die Optimierung der Kalibrierkonfiguration wurden jeweils die Peak to Valley (PV)- und Root Mean Square (Quadratisches Mittel) (RMS)-Werte aller Strahlen in den Wellenfrontdifferenzplots verwendet. Dies hat den Vorteil, dass sich die Qualität einer Konfiguration anhand von wenigen Kennzahlen darstellen lässt. Für eine abschließende Einschätzung einer Konfiguration wurden zusätzlich stichprobenartig die Wellenfrontplots begutachtet. Zum einen können dadurch systematische Fehler in der Wellenfrontrekonstruktion erkannt werden, welche anhand der PV- sowie RMS-Werte nicht erkennbar sind. Des Weiteren können Ausreißer als solche erkannt werden, welche zwar zu hohen PV-Werten führen, jedoch keinen größeren Einfluss auf die Kalibrierung haben. Die in Kapitel 4.6 dargestellten Simulationsergebnisse basieren auf der Auswertung der in Abbildung 4.8 dargestellten Plots.

³Siehe Kapitel 4.5

⁴Siehe Kapitel 4.5.2

⁵Siehe Kapitel 3.6.1

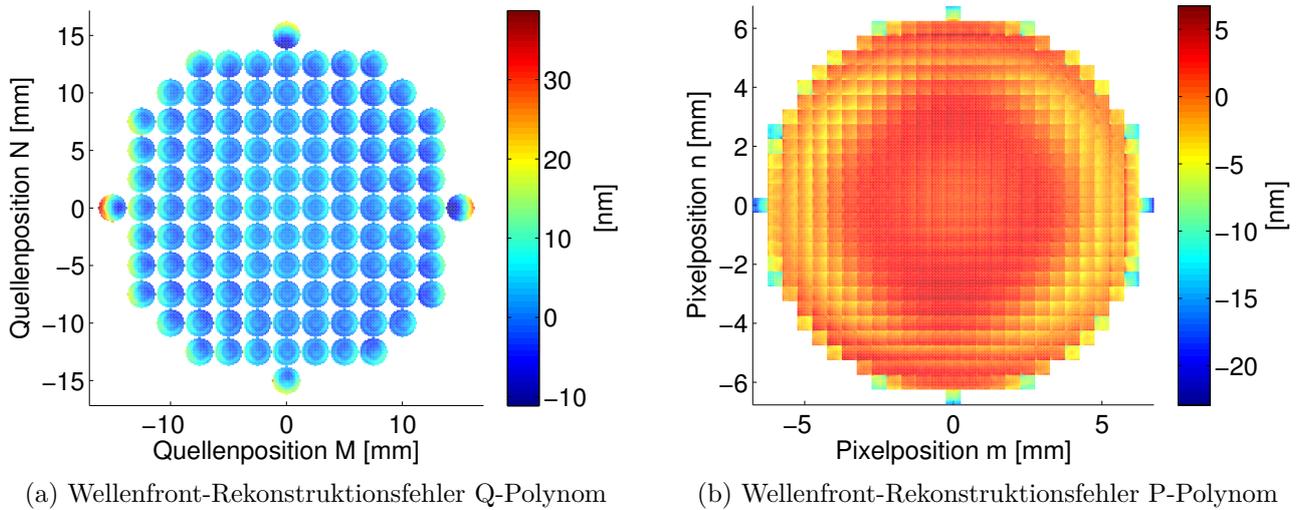


Abbildung 4.8.: Beispielplot für die Ableitung der Bewertung der Wellenfrontrekonstruktionsfehler. Die Größe der Referenzebenen E_Q sowie E_P im Plot ist jeweils auf einen Quellen- bzw. Pixelrasterabstand normiert, sodass sich die einzelnen Wellenfronten nebeneinander plotten lassen. E_Q besitzt eine kreisförmige, E_P eine quadratische Apertur. Um den Rechenaufwand akzeptabel zu halten, wird bei den Pixelwellenfronten nur eine Untermenge aller Pixel ausgewertet.

4.4. Auslegung der Blackboxpolynome

Wird eine Asphäre mittels CGH im Nulltest vermessen, so wird die Form der Asphäre mit ihrer Sollform verglichen, welche als diffraktive Struktur im CGH kodiert ist. Beim TWI ist keine solche physikalische Referenz vorhanden. Stattdessen wird aus der mathematischen Beschreibung der Sollform und den kalibrierten Blackboxpolynomkoeffizienten eine zu erwartende Phase berechnet, mit der die gemessene Phase verglichen wird. Die Referenz ist hier also das mathematische Modell. Somit ist die Genauigkeit der Messung eines Prüflings durch die Genauigkeit beschränkt, mit welcher die Blackboxpolynome die realen OPLs im Interferometer beschreiben. Die Genauigkeit der Polynome ist wiederum limitiert durch den Fitfehler, welcher von der Anzahl der Polynomkoeffizienten abhängt. Wird die Polynomordnung zu gering gewählt, so ist der Fitfehler zu groß. Bei zu hoher Polynomordnung entsteht das Problem, dass die Kondition der Matrix \mathbf{A} verschlechtert wird und mehr Strahlen für die Kalibrierung benötigt werden, was zu einem erhöhten Rechenaufwand führt. Für eine erfolgreiche Kalibrierung ist daher eine geeignete Wahl der Polynomordnung entscheidend.

Der Gesamtfehler der OPL eines Strahls setzt sich zusammen aus dem Fehler der beiden Blackboxpolynome sowie dem "virtuellen Retracefehler". Der virtuelle Retracefehler ist die Änderung der OPL, die dadurch entsteht, dass der Strahl aufgrund eines Fitfehlers eines Polynoms einen

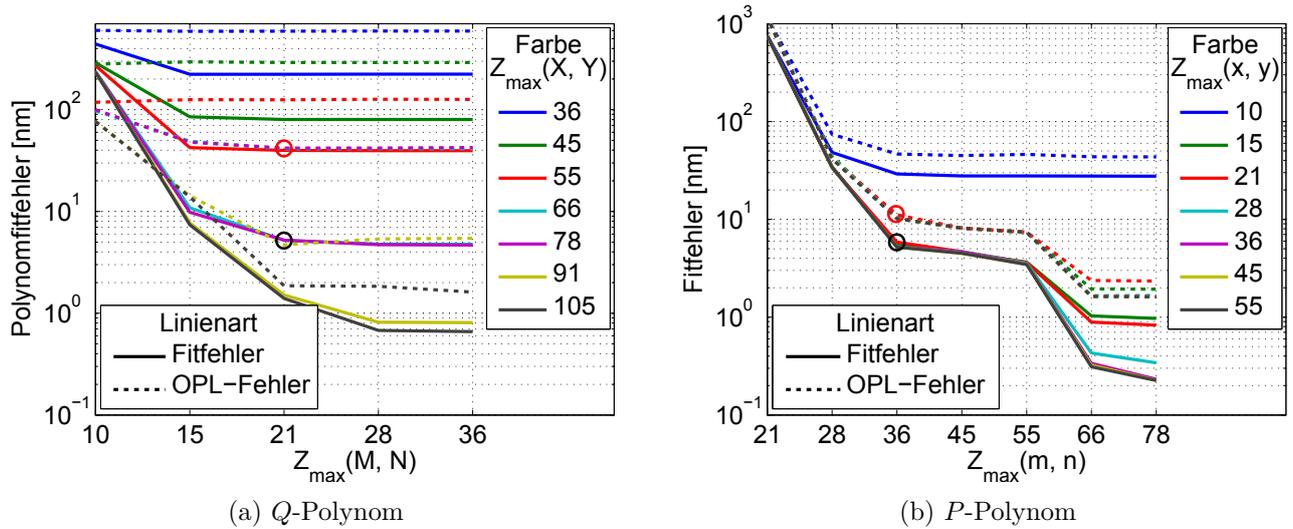


Abbildung 4.9.: Polynomfitfehler in Abhängigkeit der Polynomordnung der *Q*- und *P*-Polynome. Die räumliche Fitordnung ist jeweils farblich kodiert, die feldabhängige Fitordnung ist entlang der x-Achse aufgetragen. Für die Berechnung der resultierenden OPL-Fehler wurde jeweils die maximale Fitordnung für das andere Blackboxpolynom verwendet. Die Fitfehler der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Polynomordnungen sind mit einem schwarzen Kreis markiert. Die resultierenden OPL-Fehler inklusive “virtuellem Retracefehler” sind mit einem roten Kreis markiert.

leicht geänderten Weg durch den Prüfraum nimmt. In Abbildung 4.9 sind die Fitfehler beider Blackboxpolynome für verschiedene Polynomordnungen dargestellt. Die Wahl der Polynomordnungen, welche im Rahmen dieser Arbeit gewählt wurden, sind mit schwarzen Kreisen markiert. Der Fitfehler ist bei der gewählten Ordnung für beide Polynomsysteme kleiner als 6nm . Für das *P*-Polynom wurde die Ordnung $Z_{(21,36)}$ gewählt. Aus dem Plot ist erkennbar, dass sich der Fitfehler auch bei Erhöhen der Ordnung nur leicht verringert. Erst ab einer Ordnung von $Z_{(21,66)}$ wird ein besserer Fit erzielt. Für das *Q*-Polynom wurde die Ordnung $Z_{(66,21)}$ gewählt. Auch hier lässt sich der Fitfehler durch erhöhen der Ordnung nur leicht verbessern. Der Fitfehler für $Z_{(78,21)}$ sowie $Z_{(66,28)}$ ist nur minimal geringer. Erst durch die Erhöhung auf die Ordnung $Z_{(91,21)}$ kann eine Verbesserung erzielt werden. Der Grund für diesen stark nichtlinearen Zusammenhang ist, dass höherfrequente Aberrationen, welche im nominellen Optikdesign vorhanden sind, aufgrund der Orthogonalität der Zernike-Polynome nicht durch niederfrequente Terme erklärt werden können. Somit wird der Fit erst dann sprunghaft besser, wenn die im System vorhandene Ordnung im Polynomsystem zur Verfügung steht. Eine Möglichkeit, den Fitfehler zu reduzieren, ohne die Anzahl der Polynomkoeffizienten stark erhöhen zu müssen, wäre daher, gezielt nur jene Koeffizienten zuzulassen, die zur Beschreibung des Systems am stärksten beitragen, und die Koeffizienten dazwischen einzusparen. Da ein reales System jedoch vom no-

minellen Modell abweicht und somit andere höherfrequente Aberrationen aufweisen kann, ist dies jedoch nicht zielführend. Die mit dem nominellen System berechneten Fitfehler sind daher als Richtwert zu sehen und müssen nicht unbedingt die Fitfehler im realen System darstellen. Die tatsächlich erreichbare Güte der Kalibrierung lässt sich daher besser durch die in Kapitel 4.3 vorgestellte Wellenfrontuntersuchung beurteilen.

4.5. Physikalische Konditionierung des Gleichungssystems

4.5.1. Abdeckung der Parameterräume

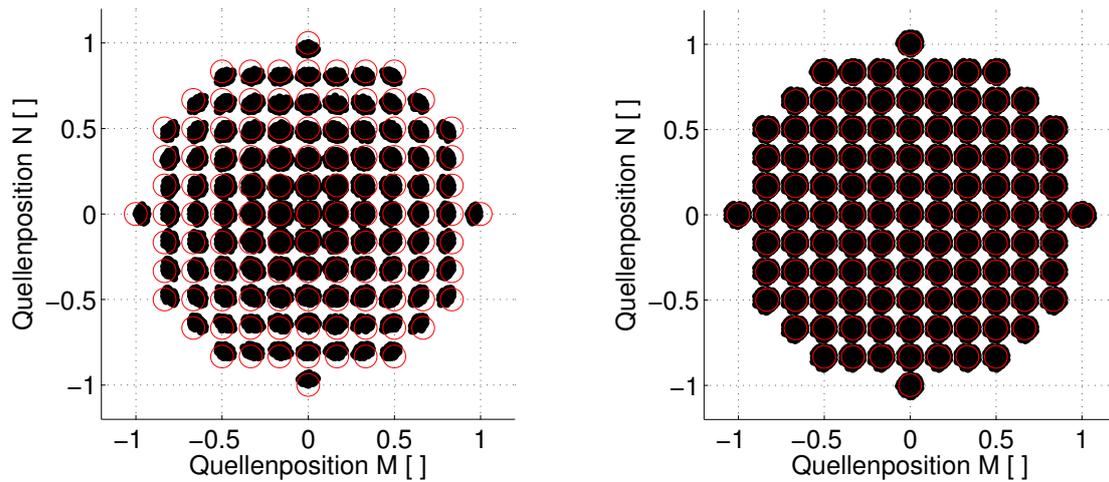
Eine Grundvoraussetzung für die Lösung des inversen Problems ist, dass der Parameterraum ausreichend fein abgetastet ist, sodass die Polynome der Blackboxen eindeutig und stabil bestimmt werden können. Der Parameterraum besteht aus zwei unabhängigen Räumen $\mathbb{Q} = \mathbb{R}^4$ und $\mathbb{P} = \mathbb{R}^4$. Die Räume werden von jeweils vier orthogonalen Eigenvektoren $\vec{e}_M, \vec{e}_N, \vec{e}_X, \vec{e}_Y$ und $\vec{e}_m, \vec{e}_n, \vec{e}_x, \vec{e}_y$ aufgespannt. Jeder Strahl \hat{S} hat eine Koordinate (M, N, X, Y) in \mathbb{Q} und (m, n, x, y) in \mathbb{P} . Hierbei können die Koordinaten in den beiden Räumen nicht unabhängig voneinander gewählt werden, da jede Änderung der Strahlkoordinate in \mathbb{Q} auch eine Änderung in \mathbb{P} zur Folge hat.

Die Abdeckung von \mathbb{Q} ist relativ einfach zu gewährleisten. Wird eine Kalibrierkugel im Nulltest der zentralen Quelle positioniert, so erhält man ein Patch, welches sich über die ganze Kamera erstreckt. In diesem Fall ist auch die Referenzebene E_Q vollständig abgedeckt. Im \mathbb{Q} -Raum ist dadurch die zweidimensionale Ebene

$$\vec{g}_Q = X\vec{e}_X + Y\vec{e}_Y \quad (4.23)$$

komplett abgedeckt. Um weitere parallele Ebenen zu erzeugen, wird die Kalibrierkugel so positioniert, dass Licht einer weiteren Quelle (M, N) einen Patch erzeugt, welcher die Kamera vollständig abdeckt. Dies wird erreicht, indem die Kugel im Vergleich zur Nulltestposition der zentralen Quelle soweit dezentriert wird, dass der Kippterm, der durch die Dezentrierung entsteht, den Kippterm der jeweiligen Quelle kompensiert. Auf diese Weise lässt sich der gesamte \mathbb{Q} -Raum mit zu \vec{g}_Q parallelen Ebenen entlang \vec{e}_M und \vec{e}_N abdecken. Der Raum zwischen den Ebenen muss und kann nicht abgedeckt werden, da sich die Quellen nur an diskreten Positionen befinden. Für eine bestmögliche Abdeckung empfiehlt es sich, eine konvexe Kugel mit ausreichend großem Radius zu verwenden (siehe Abbildung 4.10). Bei Kugeln mit kleinem Radius oder konvexen Kugeln befindet sich die Nulltest-Position weit vom Objektiv entfernt, sodass Licht von Quellen im Feld vignettiert wird und die Abdeckung von E_Q nicht mehr gewährleistet ist.

Betrachtet man den \mathbb{P} -Raum, so ist die Abdeckung durch die bisher definierten Kalibrierpositionen nicht gewährleistet. Wie zuvor beschrieben, werden die Kalibrierpositionen so gewählt, dass der Kippterm der Quellenwellenfronten durch den Kippterm der dezentrierten Kugel kompensiert wird, sodass eine geringe Streifendichte auf der Kamera entsteht. Dadurch befinden sich alle Strahlen in der Nähe der Mitte der Fourier-Ebene und somit auch in der Mitte der



(a) Abdeckung von \mathbb{Q} bei Verwendung einer konkaven Kalibrierkugel mit $r = -10 \text{ mm}$

(b) Abdeckung von \mathbb{Q} bei Verwendung einer konvexen Kalibrierkugel mit $r = 40 \text{ mm}$

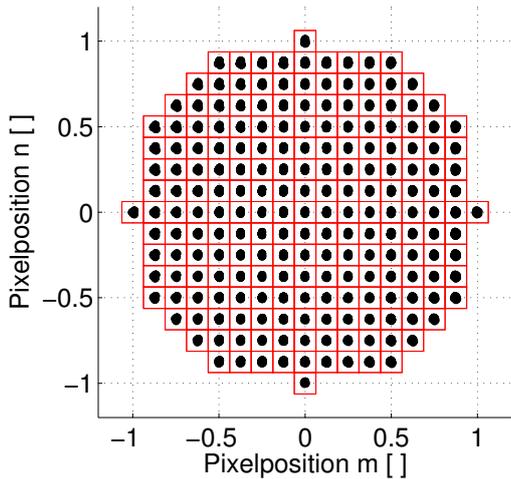
Abbildung 4.10.: Abdeckung von \mathbb{Q} . Die roten Kreise stellen die Quellenreferenzebene E_Q an der Koordinate M, N dar. Koordinaten, an denen sich Strahlen befinden, sind schwarz markiert.

Referenzebene E_P . Die x - und y -Koordinaten aller Strahlen im \mathbb{P} -Raum liegen nahe Null und somit in der Nähe der Ebene

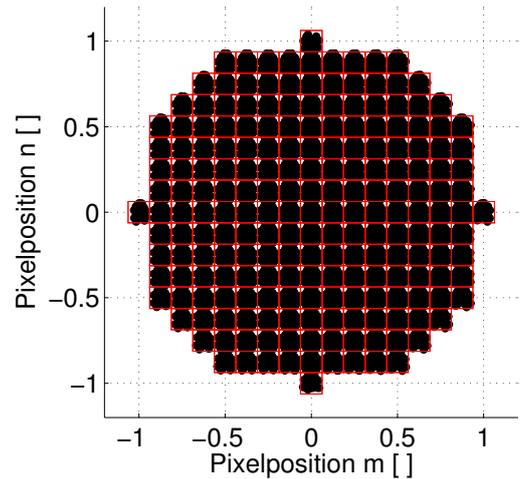
$$\vec{g}_P = m\vec{e}_m + n\vec{e}_n. \quad (4.24)$$

Die Koordinaten m und n sind bereits ausreichend abgedeckt, da jede Kalibrierposition einen Patch über die komplette Kamera erzeugt. Um den Raum vollständig abzudecken, ist es möglich, weitere Kalibrierpositionen und somit weitere Strahlen zu $\hat{\mathcal{S}}$ hinzuzufügen. Der Nachteil dieser Methode ist, dass die Zeit zum Aufnehmen der Kalibrierdaten linear mit der Anzahl der Kalibrierpositionen skaliert. Außerdem ist die Anzahl der Strahlen durch den Arbeitsspeicher begrenzt, der zur Lösung des inversen Problems zur Verfügung steht. Eine alternative Methode ist, die bereits definierten Kalibrierpositionen so anzupassen, dass die Abdeckung von \mathbb{P} verbessert wird und die Abdeckung von \mathbb{Q} dabei erhalten bleibt. Wird eine Kalibrierposition lateral verschoben, so erhält die Phasenfunktion auf der Kamera einen zusätzlichen Kippsterm, was der x - und y -Koordinate der Strahlen im \mathbb{P} -Raum entspricht. Durch eine geeignete Wahl der Verschiebung in u - und v -Richtung kann jede mögliche Koordinate auf der Referenzebene E_P gewählt werden. Für eine ausreichende Abdeckung werden die oben definierten Kalibrierpositionen so angepasst, dass sich ein Raster auf E_P ergibt. Dies kann beispielsweise erreicht werden, indem man den Kippsterm um einen geeigneten Faktor über- oder unterkompensiert. Der Faktor wird so gewählt, dass die Streifendichte bei der Messung der Kalibrierkugel der äußeren Quellen kurz vor der Nyquist-Frequenz der Kamera liegt (siehe Abbildung 4.11). Hierdurch entstehen wie im \mathbb{Q} -Raum zu \vec{g}_P parallele Ebenen entlang \vec{e}_x und \vec{e}_y , sodass der gesamte \mathbb{P} -Raum ab-

gedeckt ist. Der Vorteil dieser Methode ist, dass die bereits vorhandenen Kalibrierpositionen genutzt werden können, sodass keine zusätzlichen Messdaten erhoben werden müssen. Ist der Abstand zwischen den einzelnen Ebenen aufgrund einer nicht ausreichenden Anzahl an Kalibrierpositionen zu gering, so lassen sich noch weitere Positionen hinzufügen, welche zu anderen Werten von x und y führen und den Raum zwischen den Stützstellen besetzen.



(a) Kalibrierkugel an Position mit minimaler Streifendichte.



(b) Kalibrierkugel an lateral verschobenen Positionen mit zusätzlichem Kippterm.

Abbildung 4.11.: Abdeckung von \mathbb{P} . Die roten Quadrate stellen die Pixelreferenzebene E_P an der Koordinate m, n dar. Koordinaten, an denen sich Strahlen befinden, sind schwarz markiert.

4.5.2. Nebenbedingungen zur Definition des Koordinatensystems

Sind in der Lösung des Gleichungssystems sämtliche Parameter der Blackboxen sowie alle Translationen der Kalibrierpositionen variabel, so existieren unendlich viele gleichwertige Lösungen. Der Grund hierfür ist, dass das Koordinatensystem, welches den Prüfraum aufspannt, nicht definiert ist. Je nach Drehung und Translation des Koordinatensystems existiert ein zugehöriger Parametersatz der Blackboxpolynome, der das Interferometermodell korrekt beschreibt. Um das Koordinatensystem zu definieren, werden dem Gleichungssystem sechs Nebenbedingungen hinzugefügt. Die ersten drei Nebenbedingungen definieren die Translation. Dazu wird beispielsweise die Verschiebung der ersten Kalibrierposition \mathbf{p}_1 , bei welcher sich die Referenzkugel im Nulltest der zentralen Quelle befindet, zu null definiert $\mathbf{p}_{calib1} = \mathbf{p}_{nom1}$. Diese Position wird bei der Kalibrierung als erste vermessen, wobei die Referenzkugel interferometrisch positioniert wird [4], sodass diese Position auf wenige $100nm$ genau in der Nulltestposition der zentralen Quelle steht. In der Lösung des inversen Problems werden zur Definition der Translation die drei Spalten $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_1(u)}$, $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_1(v)}$ und $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_1(w)}$ aus Matrix \mathbf{A} entfernt.

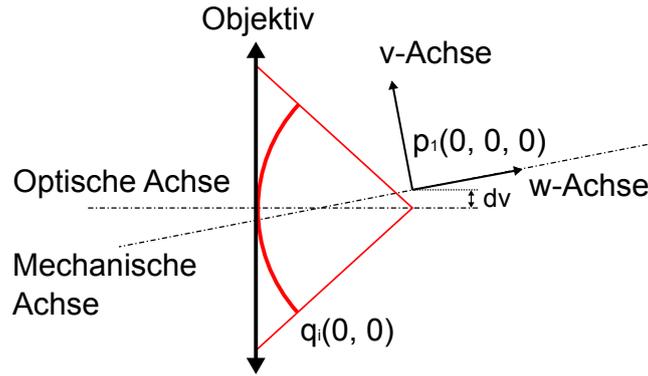


Abbildung 4.12.: Problem bei der bisherigen Koordinatensystemdefinition: Im Allgemeinen befindet sich die Nulltestposition \mathbf{p}_1 der zentralen Quellenwellenfront $\mathbf{q}_i(0, 0)$ nicht auf der optischen Achse (Verschiebung dv), was durch die Einflüsse der Pixelblackbox verursacht wird (beispielsweise durch eine verkippete Referenzwellenfront). In diesem Fall existiert keine Lösung des Gleichungssystems, welche die Nebenbedingungen erfüllt.

Als Nebenbedingung zur Definition der Rotation des Koordinatensystems wurden bisher drei Parameter der Quellenblackbox verwendet [70]. Die Rotation um die u - und v -Achse wurde über $Q_{calib1,2} = Q_{nom1,2}$ sowie $Q_{calib1,3} = Q_{nom1,3}$ definiert. Diese Parameter beschreiben die Kippsterme der Wellenfront der zentralen Quelle in u - und v -Richtung. Die Rotation um die w -Achse wurde über $Q_{calib2,3} = Q_{nom2,3}$ definiert. Dieser Parameter beschreibt die lineare Änderung des Kippsterms in v -Richtung in Abhängigkeit der zur u -Position parallelen Position M der Quellen auf dem Mikrolinsenarray (siehe Abbildung 4.12). Der Nachteil dieser Definition ist, dass diese nur für ein perfekt justiertes Interferometer erfüllt ist. Bei einem realen Interferometer weist die Wellenfront der zentralen Quelle $\mathbf{q}_i(0, 0)$ im Allgemeinen einen Kippsterm auf, welcher von Null verschieden ist, wodurch die Konvergenz des Lösungsalgorithmus verschlechtert wird, da sich die Lösung außerhalb des Lösungsraums befindet.

Eine alternative Methode zur Koordinatensystemdefinition ist die Definition über zwei weitere Kalibrierpositionen \mathbf{p}_2 und \mathbf{p}_3 . Die Verschiebung von Position \mathbf{p}_1 wird, wie in der zuvor beschriebenen Methode, auf den nominellen Wert definiert. Dadurch wird die Translation des Koordinatensystems definiert. Position \mathbf{p}_2 befindet sich um w_δ defokussiert zur Kalibrierposition \mathbf{p}_1 . Die Verschiebung dieser Kalibrierposition in u - und v -Richtung wird über zwei weitere Nebenbedingungen NB4 und NB5 auf den nominellen Wert definiert. Dadurch ist die Rotation um die u - und v -Achse definiert. Die w -Koordinate der Position bleibt variabel, da ansonsten die Konvergenz des Optimierungsalgorithmus verschlechtert wird. Die Definition kann analog zu einer Fest-Los-Lagerung in der Mechanik betrachtet werden. Hier wird ebenfalls die Axialkoordinate des zweiten Lagers frei gelassen, um eine Dehnung der Achse beispielsweise durch

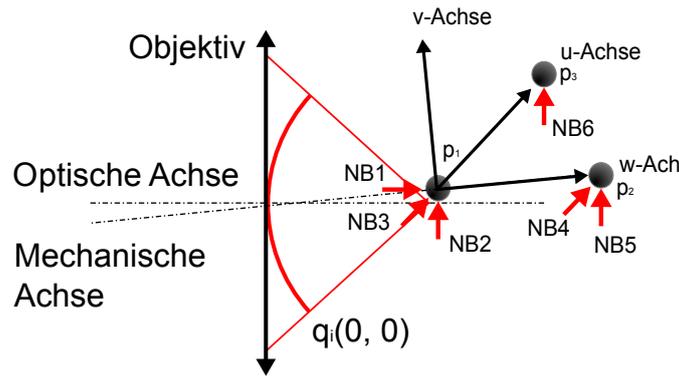


Abbildung 4.13.: Nebenbedingungen zur Definition des Koordinatensystems. Die Verschiebung der Kalibrierkugel in der Nulltestposition $\mathbf{p}_1(0,0,0)$ der zentralen Quelle $\mathbf{q}_i(0,0)$ in u -, v - und w -Richtung wird auf den nominellen Wert definiert (NB1, NB2 und NB3). Die Verschiebung in u - und v -Richtung einer Kalibrierposition, die defokussiert zur Nulltestposition der zentralen Quelle $\mathbf{q}(0,0)$ liegt ($\mathbf{p}_2(0,0,z_\delta)$), wird auf den nominellen Wert definiert (NB4 und NB5). Die Verschiebung einer weiteren Kalibrierposition $\mathbf{p}_3(u_{max},0,0)$, bei welcher Licht einer Quellenwellenfront $\mathbf{q}_i(1,0)$ am äußeren Rand des PLQA auf der Kamera zu sehen ist, wird in y -Richtung auf den nominellen Wert definiert (NB6).

thermische Einflüsse kompensieren zu können. Um die Rotation um die w -Achse zu definieren, wird eine dritte Kalibrierposition verwendet. Diese befindet sich dezentriert zur optischen Achse, sodass der Vektor \mathbf{S} der Position \mathbf{p}_3 Strahlen der Quelle $\mathbf{q}_i(1,0)$ enthält. Die Verschiebung dieser Kalibrierposition in v -Richtung wird ebenfalls auf den nominellen Wert gesetzt. In Abbildung 4.13 ist die Koordinatensystemdefinition schematisch dargestellt. In Abbildung 4.14 ist die Variationsmatrix inklusive der Nebenbedingungen dargestellt. Die Spalten der Verschiebungen, die auf die nominellen Werte definiert wurden, sind aus der Matrix entfernt [8].

Die genaue Wahl der Kalibrierpositionen, die für die Definition des Koordinatensystems verwendet werden, kann dabei auch von der in Abbildung 4.13 dargestellten Anordnung abweichen. Entscheidend ist, dass die sechs Freiheitsgrade eindeutig definiert sind und das Gleichungssystem nicht überbestimmt ist [8]. In Simulationen konnte gezeigt werden, dass die Konvergenz des Lösungsalgorithmus, durch die Verwendung der neuen Nebenbedingungen um bis zu zwei Größenordnungen verbessert werden kann (siehe Abbildung 4.15).

Werden zur Lösung des Gleichungssystems keine Nebenbedingungen hinzugefügt, so ist die Lösung instabil (siehe blau gestrichelte Linie in Abbildung 4.15). Außerdem kann eine auf diese Art gefundene Lösung nicht verwendet werden, da aufgrund der unbekanntenen Achsausrichtung eine Prüflingsjustage nicht möglich ist. Ein weiterer Vorteil der Definition des Koordinatensystems über die Kugelpositionen ist, dass die Lage des Koordinatensystems in der Simulation

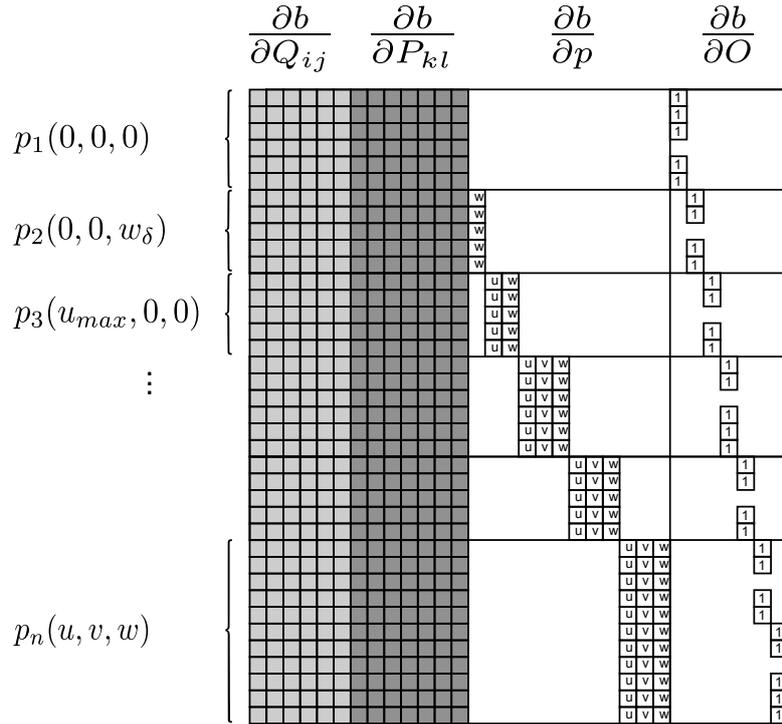


Abbildung 4.14.: Variationsmatrix \mathbf{A} mit eindeutig definiertem Koordinatensystem. Die Spalten $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_{1u}}$, $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_{1v}}$ und $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_{1w}}$ (Nebenbedingung NB1, NB2, NB3) der ersten Kugelposition, welche sich im Nulltest der zentralen Quelle befindet, die Spalten $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_{2u}}$ und $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_{2v}}$ (Nebenbedingung NB4, NB5) der zweiten Kugelposition, welche zur ersten Position um w_δ defokussiert ist, sowie die Spalte $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_{3v}}$ (Nebenbedingung NB6) einer um u_{max} dezentrierten Kugelposition, welche Strahlen einer Quelle am Rand des PLQA enthält, wurden aus dem Gleichungssystem entfernt.

nicht nur definiert, sondern auch bekannt ist. Dadurch lassen sich die Wellenfronten verschiedener Systeme miteinander vergleichen⁶, was bei der bisherigen Definition nicht direkt möglich war.

⁶Siehe Kapitel 4.3

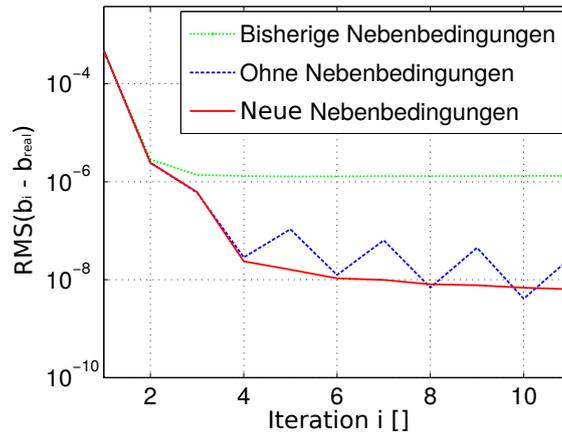


Abbildung 4.15.: Einfluss verschiedener Nebenbedingungen zur Definition des Prüfraumkoordinatensystems auf die Konvergenz der Kalibrierung. Bisherige Nebenbedingungen: Definition über Q-Polynom; Ohne Nebenbedingungen: Koordinatensystem ist nicht definiert; Neue Nebenbedingungen: Definition über Kugelpositionen

4.5.3. Lineare Abhängigkeit der Kalibrierpositionen und Quellenwellenfronten

Wählt man die Positionen der Kalibrierkugel, an welchen Daten für die Kalibrierung aufgenommen werden, wie in Kapitel 4.5.1 beschrieben, so ist die Kondition der Matrix \mathbf{A} sehr schlecht ($\kappa(\mathbf{A}) = 2 * 10^6$). Der Grund hierfür ist die lineare Abhängigkeit zwischen den Positionen der Kalibrierkugel in lateraler Richtung $\mathbf{p}(u, v)$ und den feldabhängigen Kipptermen des Q-Polynoms $Q_{2,j}$ und $Q_{3,j}$. Dies ist eine allgemeine Eigenschaft interferometrischer Messungen [62]. Wird in einer Kalibrierposition ein Kippterm gemessen, so kann dies dadurch entstehen, dass die Kalibrierkugel lateral dejustiert ist. Es ist aber auch möglich, dass die Kalibrierkugel an der nominellen Position positioniert ist, jedoch die Quellenwellenfront aufgrund von Aberrationen im System einen Kippterm aufweist⁷. Somit lässt sich dieser Kippterm aus der Messung nicht bestimmen.

Um diese Mehrdeutigkeit aufzulösen, sind weitere Kalibrierpositionen nötig. Diese werden so gewählt, dass in einer Messposition Strahlen von mehreren Quellen $\mathbf{q}_i(M, N)$ gleichzeitig enthalten sind, was durch Defokussieren der Kalibrierkugel erreicht werden kann. Die Patchverteilung auf der Kamera entspricht dann dem in Abbildung 4.5b dargestellten Fall. Dies führt dazu, dass die Kippterm der in einer Messungen enthaltenen Quellen relativ zueinander eindeutig bestimmt werden können, da durch Verschieben der Kalibrierkugel der gleiche Betrag

⁷Auf dieses Problem wurde schon in früheren Arbeiten hingewiesen [70]

an Kippung für alle Quellen hinzukommt. Durch die Definition des Koordinatensystems⁸ sind die Kippterme der Zentralen Quellenwellenfront $\mathbf{q}_i(0, 0)$ in X - und Y -Richtung $\mathbf{Q}_{2,1}$ und $\mathbf{Q}_{3,1}$ bereits definiert. Durch eine Messposition in welcher neben der zentralen Quelle noch weitere Quellen enthalten sind, sind dadurch auch deren Kippterme eindeutig bestimmbar. Aufgrund von Vignettierung ist es im allgemeinen nicht möglich, eine Kalibrierposition zu finden, an welcher sämtliche Quellen des Mikrolinsenarrays zum Messsignal beitragen. Für Quellen, die am Rand des Mikrolinsenarrays liegen, ist es oft auch nicht möglich, eine Kalibrierposition zu finden, auf welcher diese Quelle zusammen mit der zentralen Quelle zum Messsignal beiträgt. Dies ist jedoch auch nicht notwendig, da durch die erste defokussierte Messposition schon weitere Quellen eindeutig bestimmbare Kippterme aufweisen. Es ist also hinreichend, zusätzliche Messpositionen so zu wählen, dass die verbliebenen Quellen jeweils zusammen mit einer bereits in einer zuvor verwendeten Messposition verwendeten Quelle in einer Messung enthalten sind⁹ [8]. Für das in dieser Arbeit verwendete Optikdesign sind bereits sechs defokussierte Messpositionen ausreichend, um sämtliche Quellen abzudecken, wodurch die Kondition der Matrix \mathbf{A} um knapp zwei Größenordnungen verbessert werden kann ($\kappa(\mathbf{A}) = 3 * 10^4$).

4.5.4. Skalierung des Prüfraums

Durch die oben erwähnten Methoden zur physikalischen Konditionierung des Gleichungssystems ist das inverse Problem eindeutig lösbar. Als Voraussetzung wird angenommen, dass kein Phasenrauschen in den Kalibrierdaten vorhanden ist und keine Aberrationen im System vorhanden sind, die mit der gewählten Polynomordnung der Blackboxpolynome nicht beschreibbar sind. Aus der Konditionszahl $\kappa(\mathbf{A}) = 3 * 10^4$ lässt sich jedoch erkennen, dass die Stabilität bei verrauschten Daten nach wie vor nicht optimal ist. Betrachtet man den Links-Singulärvektor \mathbf{V} des kleinsten Singulärwerts σ_{min} von \mathbf{A} , so ist zu erkennen, dass dieser eine Art Skalierung des Prüfraums darstellt. Dies ist ebenfalls ein allgemeines Problem der Interferometrie. Da nur OPDs, jedoch keine absoluten Weglängen gemessen werden, liegen nur differentielle Signale vor. Bei der Vermessung einer Kugel in einem herkömmlichen Interferometer im Nulltest kann daher nur auf die Abweichung der Kugel von der Sollgeometrie, nicht jedoch auf den absoluten Radius geschlossen werden. Hierfür ist die Messung einer zusätzlichen Länge notwendig.

Der Links-Singulärvektor $\mathbf{V}(\sigma_{min})$ ist in Abbildung 4.17 dargestellt. Er setzt sich zusammen aus den Q-Polynomtermen $\mathbf{Q}_{2,2}$ und $\mathbf{Q}_{3,3}$ sowie geringen Anteilen an feldabhängigem Koma und Aberrationen höherer Ordnung, welche den Kippterme in linearer Abhängigkeit der Quellenposition in M - und N -Richtung darstellt (rote Kreise), und einer systematischen Verschiebung

⁸siehe Kapitel 4.5.2

⁹In früheren Versionen der Kalibrierung wurden ebenfalls Kalibrierpositionen verwendet, welche mehrere Patches enthalten. Diese dienten jedoch zur besseren Abdeckung der Referenzebene E_P [33].

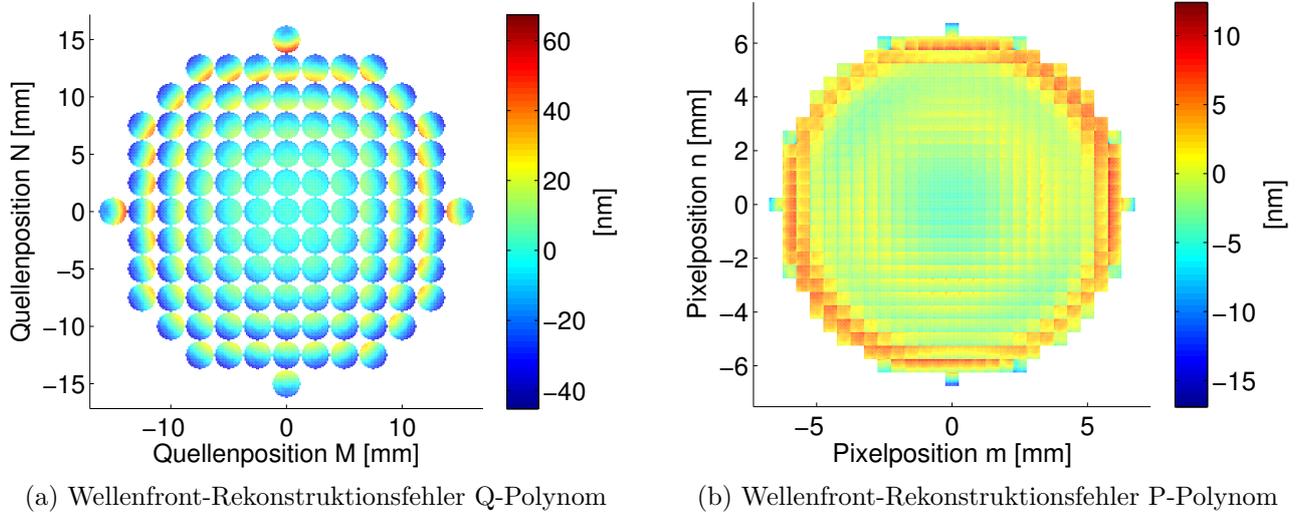


Abbildung 4.16.: Beispielplot mit Wellenfrontrekonstruktionsfehler, welcher eine Art Skalierung des Prüfraums darstellt.

aller Kugeln in radialer Richtung (in Abbildung 4.17a erkennbar an den Einträgen 1464 bis 1870 des Vektors \boldsymbol{x}), sowie geringen Anteilen von $\boldsymbol{P}_{2,2}$ und $\boldsymbol{P}_{3,3}$ (blaue Kreise). Ein Beispiel eines Wellenfrontrekonstruktionsfehlers, welcher durch diese Singulärmode entsteht, ist in den Wellenfrontplots¹⁰ in Abbildung 4.16 dargestellt.

Diese Mode tritt trotz der defokussierten Kalibrierpositionen¹¹ auf. Verfährt man die Kalibrierkugel in einer defokussierten Kalibrierposition entlang der optischen Achse, so verschieben sich die Patches im Allgemeinen in radialer Richtung. Die Position in w -Richtung ist also linear abhängig mit den Polynomtermen $\boldsymbol{Q}_{2,2}$ und $\boldsymbol{Q}_{3,3}$. Der Fokusterm, welcher beim Verschieben entsteht, ist aufgrund der geringen effektiven NA sehr gering (typische Patchgrößen an defokussierten Kalibrierpositionen haben einen Durchmesser von 5 – 10% der Kamera), sodass das Signal leicht vom Rauschen überdeckt werden kann.

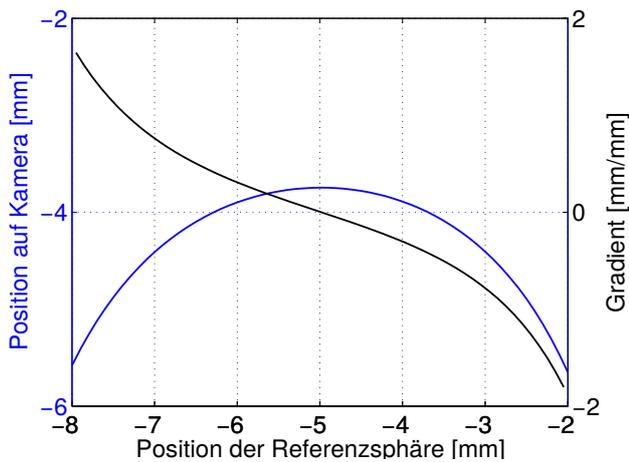
Zur Unterdrückung dieser Singulärmode wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei Lösungsansätze entwickelt:

1. Verwendung einer zusätzlichen speziellen Kalibrierposition:

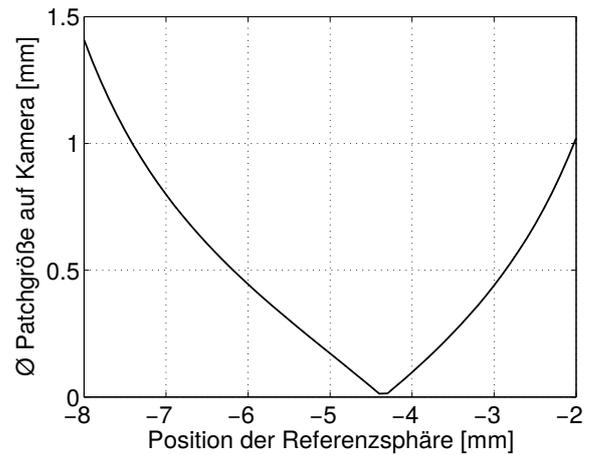
Ein Ansatz basiert auf der Verwendung einer weiteren speziellen Kalibrierposition. Hierzu betrachten wir eine Kalibrierkugel, welche entlang der optischen Achse von der Nulltestposition aus in Richtung Catseyeposition verfahren wird. Im Nulltest ist nur das Licht der zentralen Quelle zu sehen. Durch das Defokussieren kommen in der ersten Hälfte der Strecke immer mehr

¹⁰siehe Kapitel 4.3

¹¹siehe Kapitel 4.5.3



(a) Verlauf der Position des Hauptstrahls eines Patches bei unterschiedlichen Positionen der Referenzkugel entlang der optischen Achse



(b) Durchmesser eines Patches bei unterschiedlichen Positionen der Referenzsphäre

Abbildung 4.18.: Position des Hauptstrahls einer Quelle bei ($M = 0 \text{ mm}, N = 5 \text{ mm}$), Positionsänderung und Patchgröße auf Kamera geplottet über die Position der Referenzkugel im Bereich zwischen Nulltestposition und Catseye. Die Plots wurden für ein Objektiv mit $48,6 \text{ mm}$ Schnittweite und einem Radius der Referenzkugel $r = -10,0 \text{ mm}$ berechnet. Die Nulltestposition befindet sich bei $w = 0 \text{ mm}$, die Catseyeposition bei $w = -10 \text{ mm}$.

lärmode stark gedämpft wird, da erst durch eine große Verschiebung der Kugel entlang der optischen Achse, eine Änderung der Polynomterme $Q_{2,2}$ und $Q_{3,3}$ auftritt. Dadurch entsteht jedoch ein starker Defokusterm in den Kalibrierdaten, welcher nicht erklärt werden kann. Die Auswirkung lässt sich an den erhöhten Werten des Rechts-Singulärvektors $\mathbf{U}(\sigma_{min})$ im Bereich der speziellen Position beobachten (siehe Abbildung 4.17b). Anstelle der einen speziellen Kalibrierposition können auch zwei separate Positionen verwendet werden, welche symmetrisch in gleichem Abstand vor und hinter der speziellen Kalibrierposition liegen. Dies kann dann sinnvoll sein, wenn sich der Scheitelpunkt der Patchverläufe zu dicht an der Kaustikzone befindet, sodass die Patches hier sehr klein werden und sich die Phase nicht mehr auswerten lässt. In Simulationen konnte gezeigt werden, dass hierbei die Symmetrie entscheidend ist, wobei jedoch die Wirkungsweise nicht abschließend geklärt werden konnte.

Ein Nachteil dieser Methode ist, dass bei Objektiven mit langen Schnittweiten, welche eine geringere NA aufweisen, die Patches an der speziellen Kalibrierposition außerhalb der Kamera liegen und kein Licht zurück ins Objektiv fällt. Durch die Verwendung von Kalibrierkugeln mit größeren Radien lässt sich dieser Effekt zwar etwas kompensieren, sodass zumindest wenige Quellen in der Nähe der optischen Achse zur Messung beitragen, jedoch ist der Nutzen dieser Kalibrierposition dann stark eingeschränkt.

2. Verwendung einer zweiten Kalibrierkugel:

Eine weitere Möglichkeit, die Singulärmode zu unterdrücken, ist die Kalibrierung so zu erweitern, dass anstelle von einer Kalibrierkugel mehrere Kugeln mit unterschiedlichen Radien verwendet werden [8]. Um die Auswirkung einer weiteren Kalibrierkugel auf die Kalibrierung zu verstehen, betrachten wir die Messung einer Kugel im Nulltest eines herkömmlichen Interferometers. Durch laterales Verschieben der Kugel entstehen an der Phase auf der Kamera hauptsächlich ein Kippterm, jedoch auch geringe Anteile weiterer Aberrationen, in erster Linie Koma erster Ordnung. Der genaue Betrag dieser Aberrationen ist abhängig vom verwendeten Optikdesign, der NA sowie dem Radius der Kugel. Bei Quellen im Feld ($M \neq 0 \vee N \neq 0$) entstehen durch laterale Verschiebung gleichfalls Aberrationen höherer Ordnung.

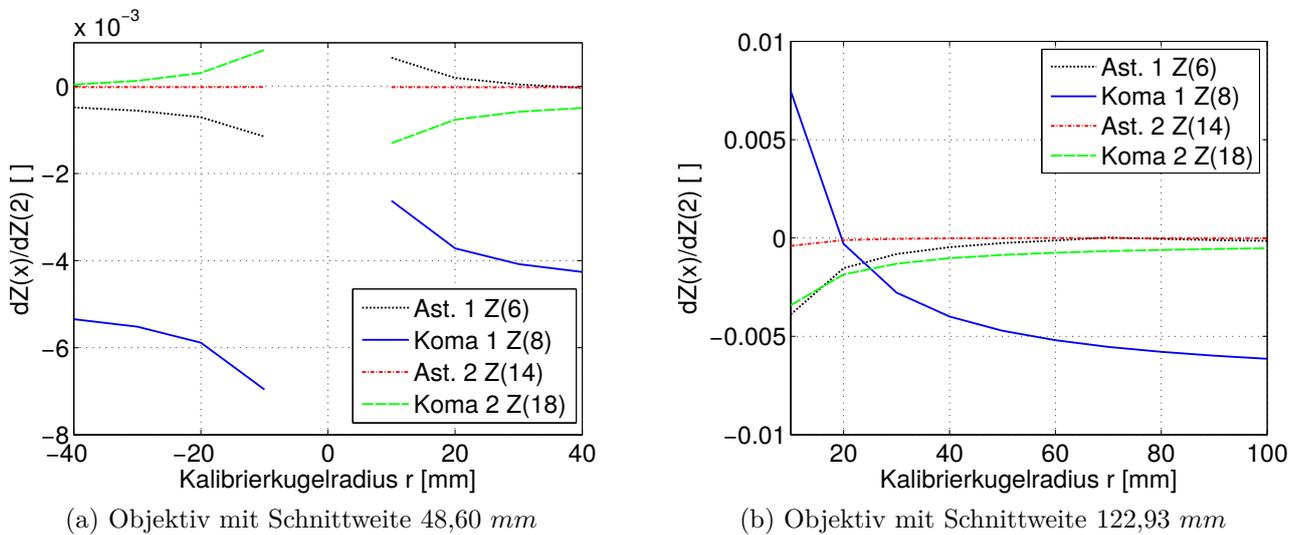


Abbildung 4.19.: Aberrationen höherer Ordnung, welche bei einer lateralen Verschiebung der Kalibrierkugel in der Kameraebene auftreten, in Abhängigkeit des Radius der verwendeten Kalibrierkugel. Die Werte der Zernike-Koeffizienten sind relativ zum Kippterm aufgetragen $\frac{dZ(x)}{dZ(2)}$.

In Abbildung 4.19 ist der Betrag der Aberrationen, die durch eine kleine laterale Verschiebung der Kugel entstehen, für zwei TWI-Objektive dargestellt. Für das Objektiv mit $f = 48,6 \text{ mm}$ können auch konkave Kalibrierkugeln verwendet werden, was für die Objektive mit längeren Schnittweiten aufgrund von Vignettierung nicht möglich ist. Fügt man zum inversen Problem weitere Kalibrierpositionen hinzu, welche mit einer Kugel mit $r_2 \neq r_1$ aufgenommen werden und Strahlen von Quellen im Feld enthalten, so enthält Vektor \vec{b} die OPDs von Strahlen, welche über diese Kugeln laufen. Um die Singulärmode auszubilden, müssten die jeweiligen Kugelpositionen, die Strahlen einer Quelle enthalten, lateral verschoben werden. Da dies jedoch aufgrund der unterschiedlichen Kugelradien zu widersprüchlichen Anteilen an Koma führt, wird die Singulärmode gedämpft. Der Effekt ist umso größer, je weiter die Kugelradien voneinander

entfernt sind. Bei Objektiven mit kurzer Schnittweite können auch Kugeln mit unterschiedlichen Vorzeichen der Radien gewählt werden, was zu größeren Differenzen der Komaanteile führt.

Für die Kalibrierungen des Objektivs mit Schnittweite von $48,6 \text{ mm}$, welche im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, wurden zur Unterdrückung der Singulärmode zwei Kalibrierkugeln mit unterschiedlichen Radien sowie drei zusätzliche spezielle Kalibrierpositionen verwendet, wovon eine in der Mitte zwischen Catseye und Kamera und zwei symmetrisch vor und hinter dieser Position lagen. Die Konditionszahl der Matrix \mathbf{A} lässt sich dadurch um einen Faktor von zwei verbessern ($\kappa(\mathbf{A}) = 1.5 * 10^4$).

4.6. Ergebnisse

Im Folgenden werden Simulationsergebnisse¹³ vorgestellt, welche die Einflüsse der in Kapitel 4.5 vorgestellten Neuerungen auf die Rekonstruktion der Blackboxwellenfronten aufzeigen. Für jede Simulation wurden jeweils 50 gestörte Raytracingmodelle erzeugt, bei welchen sämtliche optischen Elemente im Interferometer dejustiert sind, sodass $PV(\tilde{\mathbf{b}}_{simu} - \tilde{\mathbf{b}}_{nom})$ in der Größenordnung von bis zu 30λ liegt, was in etwa dem Justagezustand des realen Laboraufbaus entspricht. Der Positionierungsfehler der Kalibrierkugeln wurde als normalverteilt angenommen, mit dem Mittelwert $\mu_0 = 0 \mu m$ und einer Standardabweichung von $\sigma = 1 \mu m$ was in einem für die verwendeten Achsen realistischen Bereich liegt. Es wurde davon ausgegangen, dass die Radien der verwendeten Kalibrierkugeln absolut bekannt sind und das Messsignal nicht durch Phasenrauschen überlagert ist.

Es wurden also nur diejenigen Parameter gestört, welche durch das inverse Problem rekonstruiert werden, nicht jedoch zusätzliche Störgrößen, um die grundlegende Funktion der Kalibrieralgorithmik zu testen. Das inverse Problem wurde jeweils iterativ in vier Iterationsschritten über die Bildung der Pseudoinversen gelöst, wobei keinerlei mathematische Regularisierungsverfahren verwendet wurden. Aufgetragen wurden jeweils die PV- und RMS-Werte des Wellenfrontrekonstruktionsfehlers¹⁴. Sämtliche Ergebnisse sind als Boxplots [84] dargestellt (siehe Abbildung 4.20). Die rote Linie stellt jeweils den Mittelwert einer Simulation von 50 Systemen dar. Der breite blaue Bereich umfasst Werte vom 25%- bis zum 75%-Quantil der Grundgesamtheit. Die dünne blaue Linie reicht vom kleinsten bis zum größten Wert der Grundgesamtheit. Rote Kreuze stellen Ausreißer dar.

Die Verbesserungen der Wellenfrontrekonstruktion sind chronologisch in der Reihenfolge aufgetragen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurden. Es ist zu erkennen, dass durch die

¹³siehe Kapitel 3.6.1

¹⁴siehe Kapitel 4.3

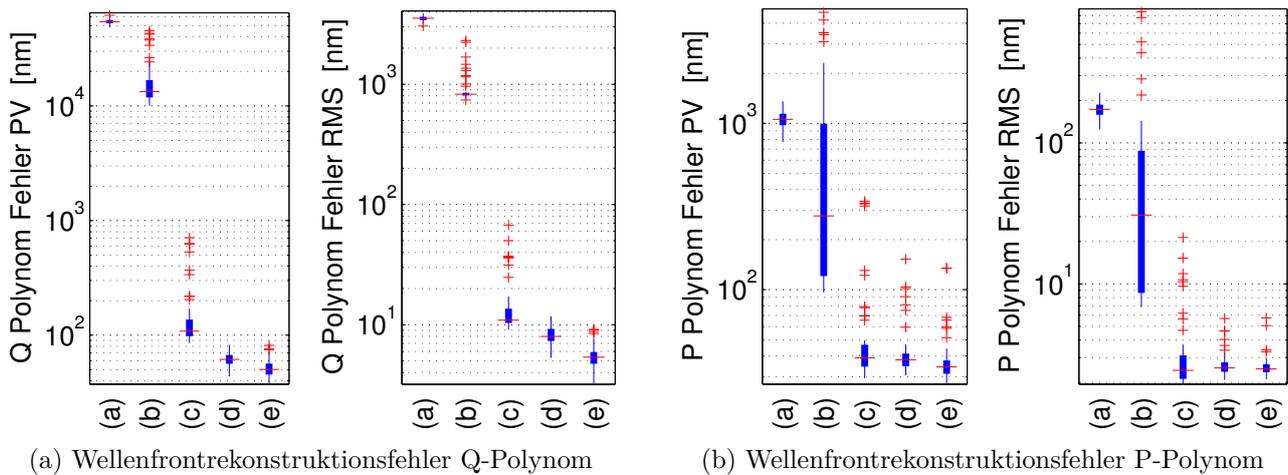


Abbildung 4.20.: Chronologische Reduktion des Wellenfrontrekonstruktionsfehlers der Kalibrierung, welche im Rahmen dieser Arbeit erreicht werden konnten: (a) ohne die oben genannten Neuerungen; (b) Hinzufügen der defokussierten Kalibrierpositionen; (c) Hinzufügen einer zweiten Kalibrierkugel sowie einer speziellen Kalibrierposition; (d) Optimierte Abdeckung der Kalibrierräume; (e) Zusätzliche spezielle Kalibrierpositionen (aktueller Stand); Rote Linie: Mittelwert; Blauer Bereich: Werte vom 25%- bis zum 75%-Quantil; Blaue Linie: Bereich der Grundgesamtheit; Rote Kreuze: Ausreißer

Neuerungen und die damit verbesserte Kondition der Matrix \mathbf{A} der PV-Rekonstruktionsfehler des Q-Polynoms von $5 * 10^4 \text{ nm}$ auf ca. 50 nm ($\frac{\lambda}{10}$) reduziert werden konnte, was drei Größenordnungen entspricht. Der PV-Rekonstruktionsfehler der P-Polynome konnte von 10^3 nm auf 35 nm reduziert werden. Als Nebenbedingungen zur Definition des Koordinatensystems wurden bei allen Simulationen die Methode über drei Kalibrierpositionen¹⁵ verwendet, da ein Vergleich der Wellenfronten sonst nicht möglich wäre. Neben der Beseitigung der linearen Abhängigkeit zwischen Kalibrierkugelpositionen und Kipptermen der Q-Wellenfronten weist die Unterdrückung der Singulärmode den größten Effekt auf.

In Abbildung 4.21 sind Simulationsergebnisse dargestellt, bei welchen jeweils eine der Neuerungen nicht verwendet wurde. So kann der Einfluss der einzelnen Strategien besser bewertet werden. Die erste Simulation (a) enthält alle vorgestellten Neuerungen und dient als Referenz für die anderen Ergebnisse. Bei Simulation (b) wurde für die Nulltestpositionen anstelle der Kalibrierkugel mit $r = 40 \text{ mm}$ die Kugel mit $r = -10 \text{ mm}$ verwendet, wodurch die Abdeckung von \mathbb{Q} nicht ausreichend erfüllt ist¹⁶. Hier zeigt sich eine deutliche Verschlechterung der Wellenfrontrekonstruktion des Q-Polynoms. Die Rekonstruktion des P-Polynoms wird dadurch nicht beeinträchtigt. Simulation (c) enthält keine defokussierten Kalibrierpositionen, sodass die

¹⁵siehe Kapitel 4.5.2

¹⁶siehe Kapitel 4.5.1

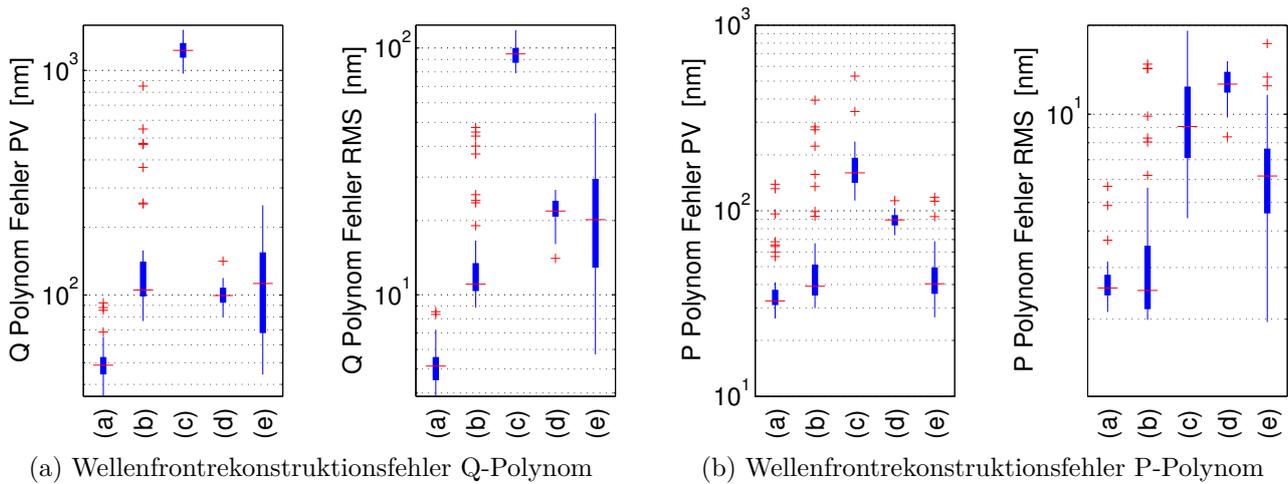


Abbildung 4.21.: Wellenfrontrekonstruktionsfehler verschiedener Kalibrierungskonfigurationen. (a) mit allen oben vorgestellten Neuerungen; (b) mit unzureichender Abdeckung der Polynomräume; (c) ohne defokussierte Kalibrierpositionen; (d) ohne zweite Kalibrierkugel. (e) ohne zusätzliche spezielle Kalibrierpositionen; Rote Linie: Mittelwert; Blauer Bereich: Werte vom 25%- bis zum 75%-Quantil; Blaue Linie: Bereich der Grundgesamtheit; Rote Kreuze: Ausreißer

lineare Abhängigkeit zwischen den feldabhängigen Kipptermen der Q-Blackbox und den lateralen Kalibrierpositionen besteht¹⁷. Hier verschlechtert sich die Wellenfrontrekonstruktion beider Blackboxen. In Simulation (d) wurde nur eine Kalibrierkugel mit $r = 40 \text{ mm}$ verwendet, was zu einer Skalierung des Prüfraums¹⁸ führt. Die Rekonstruktion der Wellenfronten verschlechtert sich somit. In Simulation (e) wurden die speziellen Kalibrierpositionen nicht verwendet, was ebenfalls dazu führt, dass sich die Singulärmode ausbildet. Hieraus kann geschlossen werden, dass es notwendig ist, beide vorgestellten Methoden anzuwenden, um die kleinste Singulärmode ausreichend zu dämpfen.

Wie oben bereits erwähnt, ist bei der Wahl der speziellen Kalibrierpositionen entscheidend, dass sich diese genau am Scheitelpunkt des Patchverlaufs oder symmetrisch vor und hinter dieser Position befinden¹⁹. In Abbildung 4.22 ist der Einfluss einer asymmetrisch gewählten Positionierung auf die Kalibrierung dargestellt. Simulation (a) dient erneut als Referenz und enthält zwei symmetrisch platzierte Kalibrierpositionen einer Kugel mit $r = -10,0 \text{ mm}$, welche jeweils $3,0 \text{ mm}$ vor und $3,0 \text{ mm}$ hinter dem Mittelpunkt zwischen Nulltestposition und Catseyeposition positioniert sind. Simulation (b) enthält keine dieser beiden speziellen Kalibrierpositionen. In Simulation (c) sind die beiden Positionen zwar enthalten, jedoch wurden sie asymmetrisch platziert, sodass die Position #1 $0,5 \text{ mm}$ näher am Scheitelpunkt liegt als

¹⁷siehe Kapitel 4.5.3

¹⁸siehe Kapitel 8

¹⁹siehe Kapitel 8

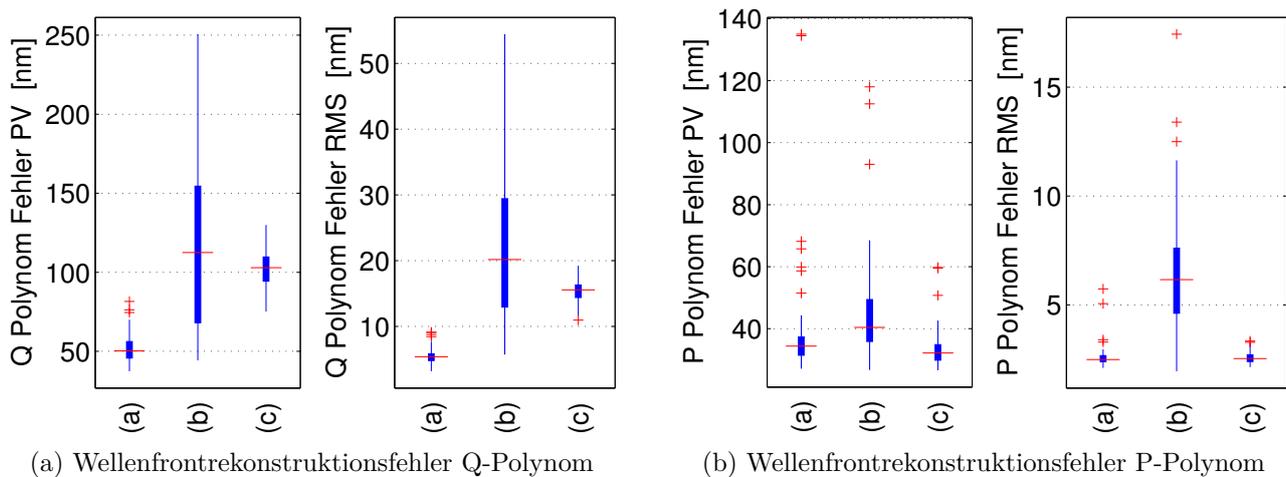


Abbildung 4.22.: Simulationsergebnis für unterschiedliche Konfigurationen der zusätzlichen Kalibrierpositionen. (a) Zusätzliche symmetrisch platzierte spezielle Kalibrierpositionen bei $3,0\text{ mm}$ vor sowie $3,0\text{ mm}$ hinter der Scheitelposition des Patchverlaufs; (b) keine zusätzlichen Kalibrierpositionen; (c) zusätzliche asymmetrisch gewählte spezielle Kalibrierposition bei $2,5\text{ mm}$ vor und $3,0\text{ mm}$ hinter der Scheitelposition des Patchverlaufs; Rote Linie: Mittelwert; Blauer Bereich: Werte vom 25%- bis zum 75%-Quantil; Blaue Linie: Bereich der Grundgesamtheit; Rote Kreuze: Ausreißer

Position #2. Ein äquivalenter Effekt wird erzielt, wenn nur eine spezielle Position verwendet wird, welche von der Mitte zwischen Catseyeposition und Nulltestposition etwas defokussiert wird. In der Rekonstruktion der Wellenfronten entsteht dadurch ein systematischer Fehler in Form der Singulärmode (siehe Abbildung 4.16). Der Fehler ist bei allen Systemen in etwa gleich groß, was durch Auswerten der einzelnen Wellenfrontplots, aber auch an der geringen Streuung der Wellenfrontrekonstruktionsfehler im Vergleich zu Simulation (b) zu erkennen ist.

Systematische Fehler in der Rekonstruktion inverser Probleme wurden schon mehrfach beobachtet [116, 128] und sind nicht ungewöhnlich. Eine Ursache hierfür können Nichtlinearitäten im realen Modell \mathfrak{G} sein. Der Fehler, welcher durch Nichtlinearitäten entsteht, sollte für den Fall, dass das reale Modell dem nominellen Modell entspricht, nicht auftreten, da an dieser Stelle eventuell vorhandene Nichtlinearitäten keinen Einfluss auf die Lösung haben. In Simulationen konnte gezeigt werden, dass der Fehler auch für ein nominelles System entsteht, sodass diese Ursache ausgeschlossen werden kann.

Eine weitere Ursache für den systematischen Rekonstruktionsfehler kann darin bestehen, dass die Moden der SVD-Zerlegung von \mathbf{A} nicht orthogonal sind. Die Polynomgrade der charakteristischen Funktionen, welche für die Kalibrierung verwendet werden, sind aufgrund der endlichen Anzahl von Strahlen $\tilde{\mathbf{S}}$, welche in endlicher Zeit gemessen werden können, begrenzt. Das reale Interferometermodell \mathfrak{G}_{real} ist hingegen nicht durch einen endlichen Polynomgrad

beschreibbar. Die Modellparameter \mathbf{x}_{real} des realen Modells liegen deshalb immer außerhalb des Lösungsraums \mathbf{x}_{calib} des inversen Problems. Daher können die Parameter \mathbf{x}_{calib} immer nur eine Approximation für die realen Modellparameter \mathbf{x}_{real} darstellen. Aufgrund der nicht orthogonalen Moden der SVD-Zerlegung von \mathbf{A} haben dabei höherfrequente Aberrationen im realen System einen Einfluss auf die niedrigeren Polynomterme. Durch weitere Simulationen konnte festgestellt werden, dass der Effekt nur dann auftritt, wenn der Polynomgrad des simulierten Systems höher ist als der Polynomgrad, welcher im Blackboxmodell zur Verfügung steht, sodass dies als Ursache für den systematischen Fehler angenommen werden kann. Dass der Fehler nicht zufällig, sondern systematisch ist, lässt sich dadurch erklären, dass die OPL durch die gestörten Interferometermodelle zwar je nach Justagefehler geringe Unterschiede aufweisen, welche aber verglichen mit den absoluten OPL vernachlässigbar sind.

Weshalb der Effekt insbesondere bei einer asymmetrischen Wahl der speziellen Kalibrierpositionen beobachtet werden kann, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht abschließend geklärt werden und bietet Raum für weitere Untersuchungen.

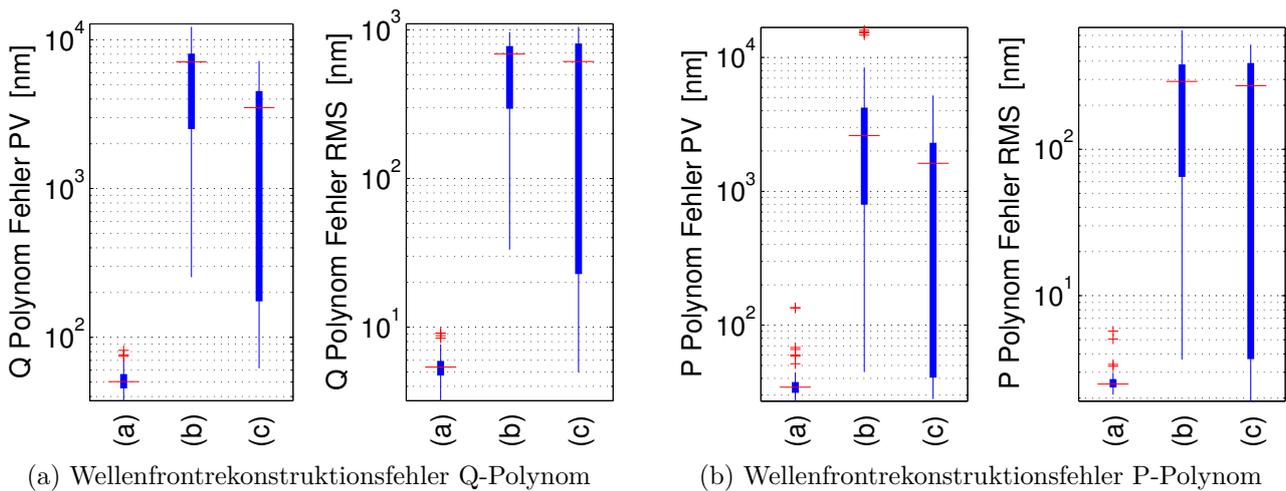


Abbildung 4.23.: Einfluss verschiedener Regularisierungsmethoden auf die Wellenfrontrekonstruktion: (a) ohne Regularisierung, (b) TSVD Regularisierung, (c) Tikhonov Regularisierung. Der Regularisierungsparameter λ_r wurde jeweils nach dem L-Kurve Kriterium bestimmt; Rote Linie: Mittelwert; Blauer Bereich: Werte vom 25%- bis zum 75%-Quantil; Blaue Linie: Bereich der Grundgesamtheit; Rote Kreuze: Ausreißer

In Kapitel 4.5 wurde beschrieben, wie das inverse Problem [61] der Kalibrierung zu stellen ist, sodass die Blackboxparameter möglichst gut rekonstruiert werden können. Neben dieser physikalischen Konditionierung ist es auch möglich, die Stabilität des Gleichungssystems durch mathematische Regularisierungsmethoden [125] zu verbessern. Dieses Verfahren wird bei der Lösung inverser Probleme häufig angewandt. In Abbildung 4.23 ist das Simulationsergebnis für verschiedene Regularisierungsmethoden dargestellt. In Simulation (a) wurde das

Gleichungssystem nicht regularisiert. Diese Simulation dient als Referenz. In Simulation (b) wurde eine TSVD-Regularisierung angewandt. In Simulation (c) wurde das Gleichungssystem Tikhonov-regularisiert. Der Regularisierungsparameter λ_r wurde dabei jeweils nach dem L-Kurve-Kriterium bestimmt [48, 17]. Es ist zu erkennen, dass der Regularisierungsfehler, welcher durch die Glättung der Lösung auftritt, jeweils den positiven Effekt der erhöhten Stabilität überwiegt und die Wellenfrontrekonstruktion verschlechtert. Auch durch manuelles Anpassen von λ_r konnten keine Ergebnisse erzielt werden, welche die Wellenfronten besser als im unregularisierten Fall rekonstruieren.

4.7. Übertragung der Methode auf herkömmliche Interferometer

In vielen optischen Systemen mit mehreren optischen Elementen ist es möglich, die optische Leistung des Systems durch die „Asphärisierung“ nur weniger Flächen stark zu verbessern. Hierbei ist die Wahl der zu asphärisierenden Fläche meist ein Freiheitsgrad. Es ist dabei möglich, automatisiert diejenigen Flächen zu wählen, bei welchen die geringste Asphärizität benötigt wird [27], wodurch sowohl der Polier- als auch der Messvorgang vereinfacht wird. Auch Teleskopspiegel weisen oft nur eine geringe Asphärizität von wenigen μm auf. Solche leicht asphärischen Optiken lassen sich zwar mit einem TWI vermessen, jedoch wird dabei oft nur die zentrale Quelle des Interferometers benötigt. Eine kostengünstigere Methode ist es, die Kalibrierungsmethode des TWI zur Kalibrierung eines herkömmlichen flächenhaft messenden Interferometers mit nur einer Quelle anzuwenden. Dies ist insbesondere auch für Fizeau-Interferometer möglich, welche zur Vermessung von sphärischen Flächen weit verbreitet sind. Durch die mit Hilfe der Kalibrierung gewonnene Kenntnis der Retracefehler ist es möglich, leichte Asphären im Nicht-Nulltest zu vermessen.

Für die Kalibrierung werden die OPL durch das Interferometer wie bei einer TWI-Kalibrierung auf Basis von Blackboxpolynomen beschrieben. Da das Interferometer nur eine Quelle aufweist, ist für das Q-Polynom der erste Polynomfit ausreichend, um die Blackbox zu beschreiben, sodass sich der Kalibrierraum \mathbb{Q} zu einem \mathbb{R}^2 reduziert.

$$\hat{W}_Q(X, Y) = \sum_i \mathbf{q}_i Z_i(X, Y) \quad (4.25)$$

Das P-Polynom bleibt unverändert, \mathbb{P} ist also nach wie vor ein \mathbb{R}^4 .

$$\hat{W}_P(x, y, m, n) = \sum_{kl} \mathbf{P}_{kl} Z_l(m, n) Z_k(x, y) \quad (4.26)$$

Hierdurch lassen sich mit dieser Methode höhere Messgenauigkeiten erreichen, da ein Polynomfit eingespart werden kann, welcher immer einen Fitfehler aufweist. Des Weiteren ist das inverse Problem leichter zu lösen, da der Parameterraum stark reduziert wird. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine leichte Asphäre vermessen, für welche nur die zentrale Quelle verwendet wurde²⁰.

4.8. Nachfokussieren der Kamera

Die optimale Messposition eines Prüflings entlang der optischen Achse hängt vom Radius der bestpassenden Kugel und von der Schnittweite des verwendeten Interferometerobjektivs ab. Hieraus ergibt sich ein großer Bereich an möglichen Messpositionen, welcher von der letzten Objektivfläche bis kurz vor die Ebene, in der die Fokusse der Punktlichtquellen liegen, reicht. Für konkave Flächen liegt die optimale Messposition auf der anderen Seite dieser Ebene. Liegt die optimale Messposition weit entfernt von der Ebene, welche scharf auf den Kamerachip abgebildet wird, so führt dies dazu, dass die Patches unscharf auf der Kamera abgebildet werden. Hierdurch kann es vorkommen, dass zwischen einem Patch und dem übernächsten Patch, welcher in der selben Position des Blendenarrays sichtbar, ist eine Überlappung entsteht. Aufgrund der Mehrfachinterferenz lässt sich die Phase in diesem Bereich nicht bestimmen. Um in solch einer Position messen zu können, ist es daher erforderlich, die Abbildungsoptik nachzufokussieren. Eine Möglichkeit hierfür stellt das Verschieben des Kamerachips entlang der optischen Achse dar. Sollen nacheinander zwei Prüflinge mit stark unterschiedlichen Radien der bestpassenden Kugel vermessen werden, so muss der Kamerachip zwischen den Messungen verschoben werden, was dazu führt, dass die Kalibrierung ungültig wird und das Interferometer neu kalibriert werden muss.

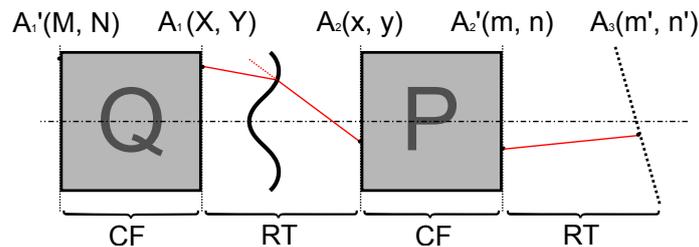


Abbildung 4.24.: Verkettung der Blackboxes zum Nachfokussieren der Kamera: Die Kameraebene liegt nicht mehr direkt hinter der P-Blackbox, sondern befindet sich im Raum dahinter. Der Strahlverlauf im Prüfraum sowie der Strahlverlauf zwischen Punkt A_2 und Punkt A_3 , welcher sich auf der Kameraebene befindet, wird über Raytracing berechnet. Die normierten Pixelkoordinaten auf dem Kamerachip sind m' und n' .

²⁰siehe Kapitel 7.2

Eine alternative Lösung, bei welcher keine Neukalibrierung erfolgen muss, stellt eine Erweiterung des Interferometermodells dar (siehe Abbildung 4.24). Hinter der P-Blackbox wird ein weiterer Bereich des optischen Systems angehängt, welcher über Raytracing beschrieben wird. Dadurch lässt sich ein Strahl von Punkt $A'_2(m, n)$ nach $A_3(m', n')$ berechnen, welcher sich auf der verschobenen Kameraebene befindet. Um die Richtungskosinusse der Strahlen in A'_2 berechnen zu können, muss die Phase der Wellenfront auf der ursprünglichen Kameraebene, in welcher A'_2 liegt bekannt sein. In der bisherigen Beschreibung ist dies jedoch nicht gegeben, da die erste Zeile der Koeffizientenmatrix \mathbf{P}_{kl} die Differenz zwischen den Strahlen der Prüfwellenfront und der Referenzwellenfront enthält, woraus sich die Phase der einzelnen Wellenfronten nicht berechnen lässt. Um dieses Problem zu lösen, wird das Interferometermodell so erweitert, dass die Phase der Referenzwellenfront separat durch eine charakteristische Funktion beschrieben wird. Das abgewandelte Modell der P-Blackbox ergibt sich somit zu

$$W_P(x, y, m, n) = \sum_{kl} \mathbf{P}_{kl} Z_l(m, n) Z_k(x, y) - \sum_r \mathbf{R}_r Z_r(m, n), \quad (4.27)$$

wobei \mathbf{R}_r die Referenzwellenfront beschreibt. Unter der Voraussetzung, dass die Koeffizienten von \mathbf{P}_{kl} sowie \mathbf{R}_r bestimmt werden können, ist es mit diesem Modell möglich, die Strahlen der Prüfwelle sowie der Referenzwelle auf die verschobene Kameraebene zu berechnen. Aus der Information, welche bei der bisherigen Kalibrierung vorhanden ist, lässt sich diese Information nicht gewinnen, da aus der Differenz zweier Werte nicht auf die beiden Einzelwerte geschlossen werden kann.

Eine Möglichkeit, dieses Problem zu lösen, ist die direkte Vermessung der Referenzwellenfront über einen Wellenfrontsensor. Dieser wird vor Montage der Kamera in der Kameraebene positioniert, woraus sich direkt die Koeffizienten von \mathbf{R}_r ergeben. Bei der späteren Kalibrierung kann dann eindeutig zwischen Prüf- und Referenzwelle unterschieden und \mathbf{P}_{kl} bestimmt werden. Der Nachteil dieser Lösung ist, dass dynamische Effekte, wie sie durch thermische Drift entstehen können, nicht berücksichtigt werden. Der Wellenfrontsensor ließe sich auch fest in den Aufbau integrieren, indem das Licht hinter der Abbildungsoptik über einen Strahlteiler ausgekoppelt und von dort auf den Wellenfrontsensor geleitet wird. Dadurch erhöht sich jedoch die Komplexität des Aufbaus, und es fallen zusätzliche Kosten für die Erweiterung an.

Eine elegantere Lösung stellt die Erweiterung der Kalibrierung dar. Wird eine Referenzkugel in einer vom Nulltest defokussierten Position im Prüfraum positioniert, so ergibt sich auf der Kamera eine Patchverteilung, wie in Abbildung 4.5b dargestellt. Mit der Referenzkugel an dieser Position wird die Kamera in mehrere Positionen verfahren und an jeder Position die Phase der Wellenfrontdifferenzen in allen vier Blendenarraypositionen bestimmt. Anschließend wird die Kamera in der letzten Position belassen und eine herkömmliche Kalibrierung vorgenommen.

Die Strahlen der Referenzwellenfront, welche ähnlich einer ebenen Wellenfront ist, verlaufen im Bereich vor der Kamera nahezu parallel zur optischen Achse. Die Strahlen der Prüfwellenfront weisen einen starken Fokusterm auf. Hierdurch propagieren die Wellenfronten unterschiedlich durch den Prüfraum, sodass abhängig von der Position der Kamera unterschiedliche Bereiche der Wellenfronten miteinander interferieren. Aus der so gewonnenen Information kann die Phase der Referenzwelle \mathbf{R}_r und somit auch \mathbf{P}_{kl} berechnet werden. Hierfür wird ein Raster von Strahlen $\tilde{\mathbf{S}}$ definiert. Die OPD der Strahlen von der jeweiligen Quelle über die Referenzkugel durch die Blackbox P bis zur Kamera lässt sich berechnen durch

$$\tilde{\mathbf{b}} = \mathfrak{G}(\mathbf{Q}_{calib}, \mathbf{P}_{calib}, \mathbf{R}_{nom}, \mathbf{S}, \mathbf{p}_{calib}, \mathbf{D}, \mathbf{c}). \quad (4.28)$$

Die Parameter von \mathbf{Q}_{calib} , \mathbf{P}_{calib} , \mathbf{p}_{calib} sind bereits aus der Kalibrierung bekannt, \mathbf{R}_{nom} beschreibt die nominelle Referenzwellenfront, welche als eben angenommen wird, sodass alle Parameter in \mathbf{R}_{nom} Nullen sind. Der Vektor \mathbf{c} stellt die Translation und Rotation der Kamera dar. Die unbekanntenen Modellparameter werden zusammengefasst zu

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{R}, \mathbf{c}\}. \quad (4.29)$$

Die Parameter der ersten Zeile von \mathbf{P}_{kl} sind in \mathbf{x} nicht enthalten, da die Differenz $\mathbf{P}_{kl} - \mathbf{R}_r$ bereits bekannt ist. Wie bei der bisherigen Kalibrierung wird eine Variationsmatrix \mathbf{A}_k erstellt, welche die Systemantwort für kleine Änderungen der Parameter \mathbf{x} um den Betrag ϵ enthält. Die Variationsmatrix \mathbf{A}_k enthält somit Spalten mit $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial \mathbf{c}}$ sowie $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial \mathbf{R}_r}$, wobei bei der Variation des Koeffizienten $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial \mathbf{R}_r}$ gleichzeitig der Koeffizient $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial \mathbf{P}_{1,r}}$ um den Betrag $-\epsilon$ variiert wird.

Über die Lösung des inversen Problems²¹ lassen sich daraus die Phase der Referenzwellenfront \mathbf{R}_r und die Parameter der ersten Zeile von \mathbf{P}_{kl} berechnen, wobei als Nebenbedingung verwendet wird, dass die Position der letzten Kamera dem nominellen Wert entspricht, da diese Position identisch mit der Position ist, welche für die allgemeine Kalibrierung verwendet wird.

Mit dem auf diese Weise kalibrierten Interferometer lassen sich die OPD von Strahlen auf eine verschobene Kamera berechnen. Hierfür muss die Lage der Kamera im Raum bekannt sein, was nach einem erneuten Verschieben nicht gegeben ist. Um die Lage zu bestimmen, wird ein zusätzliches Referenzobjekt in das Interferometer integriert. Dieses erzeugt ein Messsignal, welches dem entspricht, welches beim Messen einer Kugel in einer defokussierten Position im Prüfraum entsteht, jedoch fest im Interferometer verbaut ist. Solch ein Messsignal kann durch Verspiegeln einer einzelnen Oberfläche des Objektivs O oder der Kollimationslinse $L2$ erzeugt werden (siehe Abbildung 3.1). Um die Apertur, welche für die Messung verwendet wird, nicht zu verdecken, kann hierbei nur der Randbereich der Apertur verspiegelt werden, sodass das

²¹siehe Kapitel 4.2.2

Signal nur in den bisher ungenutzten Ecken der Kamera vorhanden ist und die Messung nicht stört. Wird das Signal dieser integrierten Referenz für die Kalibrierung der Kameraverschiebung verwendet, so kann bei weiteren Verschiebungen der Kamera die neue Position ermittelt werden, indem die Kalibrierung erneut ausgewertet wird, wobei die Strahldaten um eine zusätzliche Kameraposition erweitert werden.

Um den Rechenaufwand für die Messung von Asphären zu verringern, wie er zur Berechnung der Strahlen über Gleichung 4.28 erforderlich ist, können die Parameter der P-Blackbox umgerechnet werden, sodass diese den Bereich von der Pixelreferenzebene E_P bis hin zur neuen Kameraposition abdeckt. Hierfür wird für ein Raster von Strahlen über x , y und m , n der Strahlverlauf bis zur neuen Kameraposition berechnet. Anschließend werden die Koeffizienten von \mathbf{P}_{kl} neu berechnet, wobei der Fit anstelle von m , n über m' , n' erfolgt.

$$W_P(x, y, m', n') = \sum_{kl} \mathbf{P}_{kl} Z_l(m', n') Z_k(x, y) \quad (4.30)$$

Mit der so umgerechneten Blackboxbeschreibung lässt sich die herkömmliche Algorithmik verwenden, ohne die neue Kameraposition weiter berücksichtigen zu müssen.

4.9. Verifizierung des Kalibrierzustands

Neben der Verwendung zur Kalibrierung der Kameraverschiebung lässt sich über das fest installierte Referenzobjekt²² verwenden, um den Zustand der Kalibrierung zu überprüfen. Ist das Interferometer perfekt kalibriert, so ist die Differenz $\Delta\phi$ der berechneten und gemessenen OPD von Strahlen, die über das Referenzobjekt laufen, null. Verändert sich der Justagezustand des Interferometers aufgrund von thermischen oder mechanischen Einflüssen, so ist $\Delta\phi > 0$. Wird bei jeder Messung der Außenbereich mit ausgewertet, so kann direkt überprüft werden, ob die Kalibrierung noch gültig ist. Überschreitet $\Delta\phi$ einen definierten Grenzwert, muss das Interferometer neu kalibriert werden.

²²siehe Kapitel 4.8

4.10. Kalibrierung ebener Wellenfronten

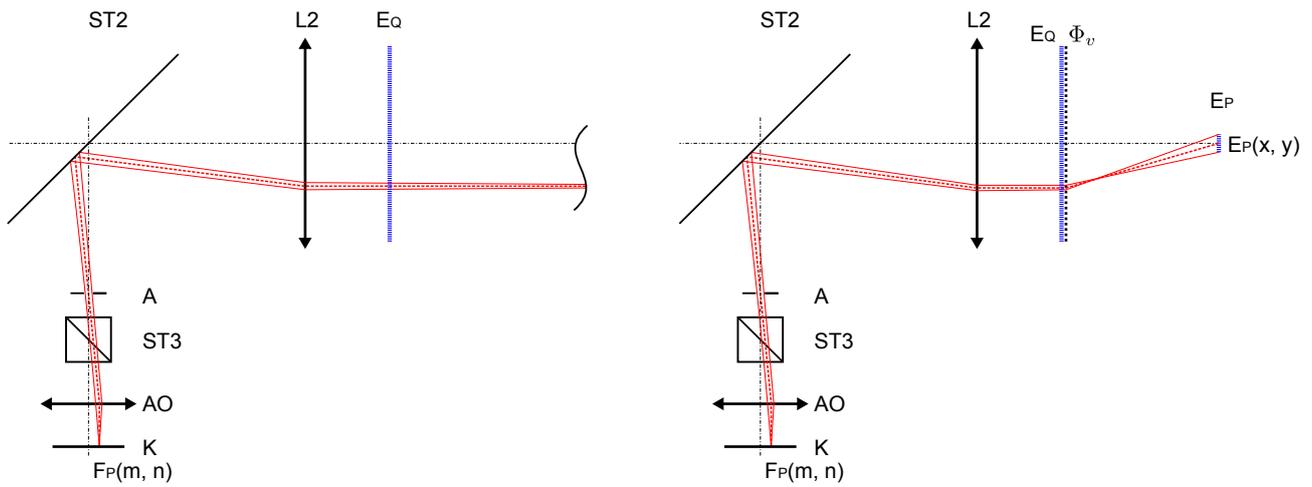
Typische Asphären, wie sie in optischen Systemen zum Einsatz kommen, besitzen eine Grundkrümmung, sodass die Krümmung der bestpassenden Kugel $\frac{1}{r} \neq 0$. Neben dieser Variante existieren auch Asphären, bei welchen die Krümmung $\frac{1}{r} = 0$ oder nur sehr gering ist. Beispiele hierfür sind Schmidt-Platten [105] oder auch Teleskopspiegel mit Brennweiten bis hin zu mehreren Metern. Um solche Flächen vermessen zu können, wird das TWI ohne Interferometerobjektiv verwendet, sodass die Prüfwellenfronten eben sind. Dies ist analog zu der Vermessung von Planspiegeln in einem herkömmlichen flächenhaft messenden Interferometer im Nulltest. Aus physikalischer Sicht ist die Funktion des TWI auch in dieser Konfiguration gewährleistet. Für das Interferometermodell und die Kalibrierung müssen jedoch Änderungen vorgenommen werden.

Die Referenzebene E_P wird bei der bisherigen Kalibrierung so platziert, dass sich E_P in der Abbildung der Blendenebene befindet. Für ein Interferometer ohne Objektiv befindet sich die Abbildung der Blende im Unendlichen, wo sich die parallelen Strahlen schneiden. Eine solche Betrachtung ist zwar mathematisch korrekt, jedoch kann ein Raytracingalgorithmus für diese Anordnung nicht implementiert werden. Über einen Trick kann das Modell so abgewandelt werden, dass sich die Position von E_P wieder an einer endlichen Koordinate befindet. Hierfür wird eine sphärische Phasenfunktion

$$\Phi_v(X, Y) = \sqrt{(X - r_s)^2 + (Y - r_s)^2 + r_s^2} - r_s \quad (4.31)$$

an der Position, an welcher sich die Quellenreferenzebene E_Q befindet, in das Modell von P eingefügt. Diese virtuelle, im realen Aufbau nicht vorhandene Funktion entspricht der eines aberrationsfreien Objektivs mit Schnittweite r_s . Hierdurch befindet sich die Pixelbezugsebene E_P an der Position r_s hinter E_P . Im Prüfraum, in welchem die Strahlen über Raytracing berechnet werden²³, wird an der selben Position die selbe Phasenfunktion $\Phi_v(X, Y)$ erneut eingefügt. Bei der Berechnung von Strahlen durch das Interferometer werden Strahlen aus P erst zurück zu dieser Phasenfunktion und von dort aus weiter in den Prüfraum berechnet. Die Strahlen, welche rückwärts berechnet werden, haben eine negative OPL, wodurch sich die beiden Durchgänge durch $\Phi_v(X, Y)$ gegenseitig aufheben, sodass das Modell dem eines Interferometers ohne die virtuelle Phasenfunktion entspricht. Das Raytracing durch die Phasenfunktion kann hierbei mit gängigen Algorithmen erfolgen, wie sie zur Beschreibung diffraktiver optischer Elemente verwendet werden.

²³siehe Kapitel 4.1



(a) Problem für Interferometermodell ohne Objektiv. Die Abbildung der Blendenebene E_P befindet sich im Unendlichen.
 (b) Durch Hinzufügen einer virtuellen sphärischen Phasenfunktion Φ_v befindet sich E_P an einer endlichen Position.

Abbildung 4.25.: F_P : Pixelebene; K : Kamera; AO : Abbildungsoptik; $ST3$: Strahlteiler; A : Blende; $ST2$: Strahlteiler; $L2$: Kollimationslinse; E_Q : Quellenreferenzebene; Φ_v : Sphärische Phasenfunktion; E_P : Pixelreferenzebene

Die Kalibrierung dieses abgewandelten Modells erfolgt wie bisher über die Lösung eines inversen Problems. Zur Abdeckung der Parameterräume²⁴ wird anstelle der Positionierung einer Referenzsphäre im Prüfraum ein Planspiegel verkippt, wodurch äquivalente Messpositionen erzielt werden können. Positionen, auf denen Strahlen mehrerer Quellen im Signal vorhanden sind²⁵, können durch die Verwendung von Referenzkugeln erzielt werden.

²⁴siehe Kapitel 4.5.1
²⁵siehe Kapitel 4.5.3

5. Messung von Asphären und Freiformfläche

5.1. Grundlagen der Messung

Um einen Prüfling in einem TWI zu vermessen, wird dieser im kalibrierten Prüfraum des Interferometers positioniert¹, was sowohl für Asphären als auch für Freiformflächen vollautomatisch erfolgen kann [4, 5, 6]. Anschließend werden in allen vier Stellungen des Blendenarrays, welches zwischen den Punktlichtquellen umschaltet², Phasenschiebemessungen aufgenommen. Während der Messung muss der Prüfling nicht verfahren werden, was einen großen Vorteil gegenüber Stitchingverfahren³ darstellt und zu einer kurzen Messzeit von deutlich unter einer Minute führt. Danach ist die Messdatenaufnahme beendet und der Prüfling kann aus dem Prüfraum entnommen werden. Die gewonnenen Messdaten werden in drei Schritten ausgewertet, wobei im ersten Schritt eine polynomiale Beschreibung der Prüflingsform berechnet wird [71, 70]. Da das verwendete Polynom einen Polynomgrad endlicher Größe aufweist, können dadurch höherfrequente Formabweichungen der Oberfläche nicht erfasst werden. Diese werden in einem zweiten Schritt ermittelt, wobei anschließend die Ergebnisse aus Schritt eins und zwei kombiniert werden, um die Formabweichung des Prüflings inklusive sowohl hoher- als auch niedriger Ortsfrequenzen zu erhalten. Im letzten Schritt wird der Justagefehler des Prüflings berechnet und aus dem Messergebnis eliminiert⁴. Ist die genaue Lage des Prüflings im Prüfraum bekannt, etwa über zusätzliche Längenmessungen oder geeignete Referenzmerkmale am Prüfling, so kann dieser Schritt übersprungen werden. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte der Messauswertung erläutert und experimentelle Ergebnisse vorgestellt.

¹siehe Kapitel 5.2

²siehe Kapitel 3.1

³siehe Kapitel 2.3.3

⁴siehe Kapitel 5.5

5.2. Justage des Prüflings

Wie bei allen interferometrischen Verfahren zur Vermessung von Oberflächen ist eine Grundvoraussetzung für die Messung, den Prüfling mit ausreichender Genauigkeit im Prüfraum positionieren zu können. Für rotationssymmetrische Asphären ist dabei eine dreiachsige Kinematik mit orthogonalen translatorischen Achsen hinreichend, wenn die Halterung der Asphären eine ausreichende Reproduzierbarkeit gewährleistet und einmalig justiert wurde. Für Freiformflächen, bei welchen der Scheitel der zu vermessenden Apertur im Allgemeinen nicht auf der mechanischen Achse des Schafts liegt, oder auch zur Messung von off-Axis Subaperturen von Asphären ist eine sechsachsige Kinematik erforderlich.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zur Justage des Prüflings und zur Positionierung der Kalibrierobjekte eine sechsachsige Parallelkinematik [100] verwendet, wobei zur Positionierung jeweils nur die drei translatorischen Freiheitsgrade verwendet wurden. Für die Messung wird der Prüfling meist so im Prüfraum positioniert, dass die bestpassende Kugel im Nulltest der zentralen Quelle steht. Der Begriff „bestpassende Kugel“ meint hier nicht die Einhüllende der Asphäre, wie bei der Asphärenfertigung üblich, sondern den Kugelfit, der die geringste Gradientenabweichung von der Asphäre aufweist. Durch die Wahl dieser Position kann die Anzahl an für die Vermessung benötigten Quellen minimiert werden, wodurch die messbare Asphärizität in dieser Position maximal ist. Prinzipiell sind auch andere Messpositionen möglich.

Um den absoluten Radius der Fläche bestimmen zu können, ist es notwendig, die Position des Prüflings entlang der optischen Achse möglichst genau zu kennen. Hierfür wird der Prüfling in einem ersten Schritt im Catseye der zentralen Quelle positioniert, sodass der Fokusterm der Wellenfront auf der Kamera minimal ist. Von dieser Position aus wird der Prüfling in w -Richtung verfahren, bis die Messposition erreicht ist. Das Vorgehen ist hierbei analog zur interferometrischen Vermessung von Kugelradien [114]. Die Position entlang der optischen Achse wird durch die Maßstäbe der mechanischen Achsen ermittelt. Um den Absolutradius mit einer höheren Genauigkeit ermitteln zu können, bietet es sich an, die Position über ein Laserinterferometer zu bestimmen.

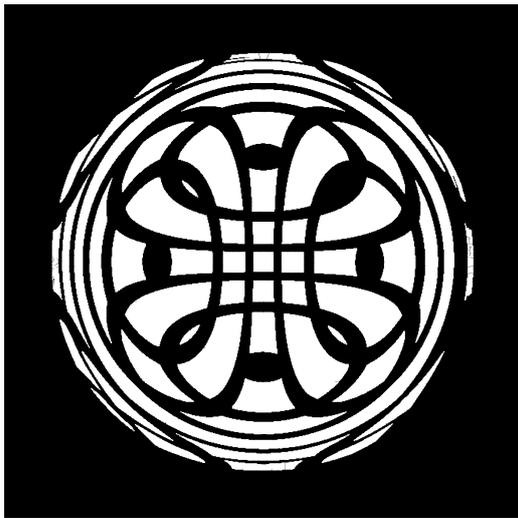
Die Positionierung im Catseye und in der Messposition kann dabei sowohl für Asphären als auch für Freiformflächen automatisiert werden. Der Algorithmus basiert dabei auf der Auswertung von interferometrischen Messungen, auf welche ein Zernike-Fit angewandt wird. Aus den Koeffizienten lässt sich mit Kenntnis der nominellen Koeffizienten an der Sollposition, welche über das kalibrierte Interferometermodell \mathfrak{G} berechnet werden können, sowie mittels der nominellen Prüflingsform die notwendige Verschiebung bestimmen. Im Fall rotationssymmetrischer Asphären konnte dabei für die Positionierung eine Wiederholgenauigkeit von $\pm 1 \mu m$ im Raum erreicht werden [4, 5, 6].

5.3. Berechnung der polynomial beschreibbaren Oberflächenfehler

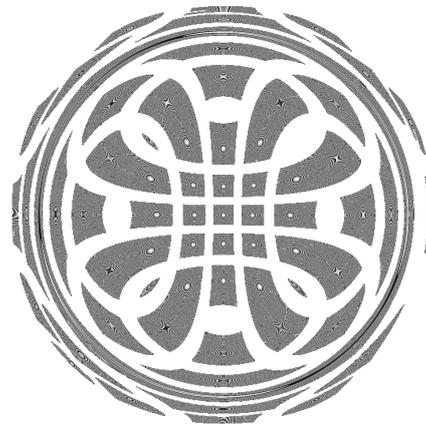
Die Berechnung der polynomialen Prüflingsbeschreibung erfolgt analog zur Kalibrierung über die Lösung eines inversen Problems [70, 37]. Im Unterschied zur Kalibrierung sind bei der Messung die Polynomkoeffizienten der Blackboxbeschreibung aus der Kalibrierung bekannt und stattdessen die Prüflingsform unbekannt. Über das Interferometermodell⁵ lassen sich die optischen Weglängen \hat{b}_{nom} von Strahlen S über einen Prüfling D_{nom} an der Position p_{nom} berechnen zu

$$b_{nom} = \mathfrak{G}(Q_{calib}, P_{calib}, S, p_{nom}, D_{nom}), \quad (5.1)$$

Die Prüflingsbeschreibung D_{nom} liegt dabei in polynomialer Form vor, wobei zur Beschreibung typischerweise 120 abgewandelte Zernike-Polynomkoeffizienten⁶ verwendet werden. Die Polynomordnung wird dabei so gewählt, dass die nominelle Prüflingsform mit ausreichender Genauigkeit beschrieben werden kann.



(a) Anordnung der Patches. Ein zusammenhängender weißer Bereich stellt jeweils ein Patch dar, wobei mehrere dieser Patches zu einer gemeinsamen Punktlichtquelle gehören können.



(b) Grauwertdarstellung der Phase $\phi \bmod 2\pi$ der Patches auf der Kamera.

Abbildung 5.1.: Beispielhafte berechnete nominelle Patchverteilung und Phase auf der Kamera, wie sie bei einer Asphärenmessung in Blendenposition #1 des Blendenarrays auftritt. Die Patchanordnung wird als binäre Maske verwendet, um die gültigen Bereiche für den Unwrappingalgorithmus festzulegen. Die nominelle Phase wird verwendet, um das Unwrapping zu erleichtern.

⁵siehe Kapitel 4.2.1

⁶siehe Kapitel 5.3.2

Ein erster Schritt zur Vorbereitung der Messung stellt die Berechnung der Patches dar, wobei neben der Lage der Patchränder für jeden Patch die nominelle Phase berechnet wird. Hierfür wird ein Raster an Testpixeln auf der Kamera definiert und für jeden Testpixel berechnet, ob dieser in Kombination mit einer Quelle innerhalb der Gültigkeitsbereiche in E_q und E_p liegt. Ist dies der Fall, liegt ein gültiger Strahl vor [33]. Die Menge aller Teststrahlen einer Quelle, welche ein zusammenhängendes Gebiet auf der Kamera abdecken, wird anschließend zu Patches zusammengeslossen, wobei pro Quelle kein, ein oder mehrere Patches existieren können. Die OPL der Strahlen innerhalb eines jeden Patches lässt sich über Gleichung 5.1 berechnen.

Aus der Menge aller gültigen Strahlen $\tilde{\mathbf{S}}_{gesamt}$ wird eine Untermenge $\tilde{\mathbf{S}}$ ausgewählt, sodass der Polynomfit von \mathbf{D}_{nom} über die Strahlen $\tilde{\mathbf{S}}$ stark überbestimmt ist. Da die absoluten OPL $\tilde{\mathbf{b}}$ nur modulo 2π gemessen werden können, wird für jeden Patch ein Referenzpunkt bestimmt, wobei die OPD der anderen Strahlen im Patch relativ zu diesem Strahl angegeben werden (siehe Gleichung 4.12). Die zu bestimmenden Prüflingsparameter \mathbf{x} sind neben der Prüflingsform \mathbf{D} die unbekannte Prüflingsposition \mathbf{p}

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{p}, \mathbf{D}\}. \quad (5.2)$$

Analog zur Kalibrierung wird eine Variationsmatrix \mathbf{A}_m mit den Spalten $\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial x_\eta}$ erstellt, bei der alle unbekannt Parameter x_η nacheinander um ϵ variiert werden. Die partielle Ableitung kann entweder über die Bildung einseitiger Differenzenquotienten angenähert werden oder alternativ auch analytisch erfolgen [30]. Der Eintrag $\mathbf{A}_{m\eta,\zeta}$ enthält somit die Änderung der OPD, welche Strahl S_ζ durch eine Variation des Parameters x_η um ϵ erfährt.

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{b}}}{\partial x_\eta}(\epsilon) = \mathfrak{G}(\mathbf{Q}_{calib}, \mathbf{P}_{calib}, \mathbf{x}_\eta(\epsilon), \tilde{\mathbf{S}}) - \mathfrak{G}(\mathbf{Q}_{calib}, \mathbf{P}_{calib}, \mathbf{x}_{nom}, \tilde{\mathbf{S}}) \quad (5.3)$$

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt analog zur Kalibrierung über das Berechnen der Pseudoinversen \mathbf{A}_m^+ , wobei die Berechnung der Prüflingsparameter iterativ erfolgt, um Nicht-linearitäten von \mathfrak{G} zu berücksichtigen.

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \frac{\mathbf{A}_m^+ * (\tilde{\mathbf{b}}_{real} - \tilde{\mathbf{b}}_{i-1})}{\epsilon} \quad (5.4)$$

Die Startwerte \mathbf{x}_0 sowie $\tilde{\mathbf{b}}_0$ entsprechen dabei den nominellen Werten. Im Allgemeinen sind zwei Iterationen ausreichend, um die Konvergenzgrenze zu erreichen.

5.3.1. Nebenbedingungen zur Lösung des Gleichungssystems

Um \mathbf{x}_{mess} eindeutig berechnen zu können, müssen geeignete Nebenbedingungen für \mathbf{A}_m gefunden werden. Wie bei allen flächenhaft messenden Interferometern, kann auch beim TWI ohne die Messung mindestens einer absoluten Länge nicht zwischen einem Fokusterm in der Prüflingsform und einer Verschiebung entlang der optischen Achse unterschieden werden. Zur Definition dieser Längeninformaton existieren zwei Möglichkeiten:

- **Definition über die Position im Prüfraum:** Um dem Gleichungssystem diese Information hinzuzufügen kann der Prüfling von der Catseyeposition aus in die Messposition gefahren⁷ und die Prüflingsposition über eine erste Nebenbedingung auf den nominellen Wert gesetzt werden. Dazu werden alle Spalten $\frac{\partial \vec{b}}{\partial \mathbf{p}}$ sowie die Spalte $\frac{\partial \vec{b}}{\partial D_1}$ aus \mathbf{A}_m entfernt, wodurch $\mathbf{p}_{mess} = \mathbf{p}_{nom}$ und $D_{1mess} = D_{1nom}$ ist. Parameter D_1 ist der Pistonterm des Zernike-Polynoms, welcher den selben Effekt wie eine Verschiebung entlang der optischen Achse (p_3) erzeugt. Durch diese Wahl der Nebenbedingung kann die Prüflingsform inklusive des absoluten Radius bestimmt werden, wobei die Genauigkeit der Radienmessung von der Genauigkeit des Messsystems zur Ermittlung der Position entlang der optischen Achse abhängt. Das Vorgehen entspricht dabei dem einer Radienmessung von Kugelflächen [114]. Der Justagefehler ist bei dieser Methode noch unbekannt und muss in einem weiteren Schritt separat berechnet werden⁸.
- **Definition über den Fokusterm:** Eine alternative Definition der Nebenbedingungen kann über $D_{5mess} = D_{5nom}$ erfolgen. Hier wird der absolute Radius des Prüflings als nominell angenommen und nur die Formabweichung vermessen. Das Messergebnis entspricht in diesem Fall dem einer CGH-Messung, bei welcher ohne zusätzliche Hilfsmittel ebenfalls nur die Abweichung der Form, nicht jedoch der absolute Radius bestimmt werden kann. Im Allgemeinen ist der Prüfling in der Messposition verkippt sowie lateral und entlang der optischen Achse verschoben. Durch diese Festkörperverschiebung ändert sich der Fokusterm der Prüflingsbeschreibung im Prüfraumkoordinatensystem. Nur im Prüflingskoordinatensystem ist dieser eindeutig definiert. Daher wird die Auswertung (siehe Gleichung 5.4) in zwei Schritte unterteilt, wobei im ersten Schritt nur der Justagefehler berechnet wird. Hierzu werden alle Spalten von $\frac{\partial \vec{b}}{\partial \mathbf{D}}$ aus \mathbf{A}_m entfernt.

Als Ergebnis erhält man den Justagefehler $\mathbf{p}_{mess} - \mathbf{p}_{nom}$. Für Prüflinge mit Symmetrien müssen gegebenenfalls weitere Nebenbedingungen hinzugefügt werden, und zwar dann, wenn eine Translation oder Rotation des Prüflings aufgrund einer Symmetrie keine Auswirkung auf die Lage der Oberfläche im Raum hat. Beispielsweise hat bei einer rotations-

⁷siehe Kapitel 5.2

⁸siehe Kapitel 5.5

symmetrischen Asphäre die Rotation um die optische Achse keinen Einfluss auf die Lage der Fläche, sodass die Spalte $\frac{\partial \vec{b}}{\partial p_6}$ aus \mathbf{A}_m entfernt wird. Einen Sonderfall bilden Prüflinge, welche zwar keine Symmetrien aufweisen, jedoch nur geringe Abweichungen von einer Fläche haben, bei welcher dies der Fall wäre, wie beispielsweise leichte Asphären. Hier empfiehlt es sich ebenfalls, die Freiheitsgrade über Nebenbedingungen zu blockieren, da die Konvergenz des Lösungsalgorithmus ansonsten instabil werden kann. In einem zweiten Schritt wird die Formabweichung des Prüflings berechnet. Hierzu werden die bereits berechneten Justageterme \mathbf{p}_{mess} für die Lösung von Gleichung 5.4 verwendet und die Spalten $\frac{\partial \vec{b}}{\partial \mathbf{p}}$ aus \mathbf{A}_m entfernt. Zusätzlich wird $D_{5mess} = D_{5nom}$ gesetzt und die Spalte $\frac{\partial \vec{b}}{\partial D_5}$ ebenfalls aus dem Gleichungssystem entfernt.

5.3.2. Polynomiale Prüflingsbeschreibung

Zur Beschreibung des Prüflings wurden bisher Zernike-Polynome verwendet. Alternativ sind auch andere orthogonale Polynome wie etwa über Q-Polynome [26] möglich. Orthogonale Polynome haben den Vorteil, dass die einzelnen Moden linear unabhängig sind, und somit das inverse Problem bei geeigneter Wahl der Nebenbedingungen⁹ eindeutig gelöst werden kann. Herkömmliche Zernike-Polynome [139] sind definiert über

$$Z_n^m(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \cos(m\theta) \quad (5.5)$$

für Polynome, bei denen der Noll-Index $j = f(m, n)$ [93] gerade ist, sowie

$$Z_n^{-m}(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \sin(m\theta) \quad (5.6)$$

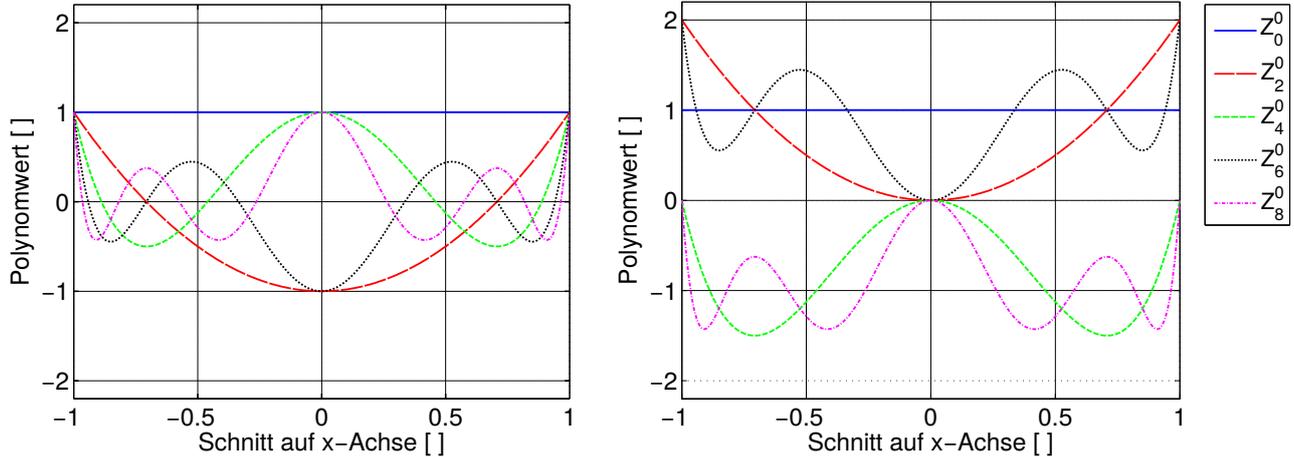
für die Polynome mit ungeradem Noll-Index. Dabei sind $m, n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq m$, ρ ist die normierte Radialkoordinate und θ ist der azimutale Winkel. Für gerade $n - m$ ist der Radialterm R_n^m definiert zu

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \binom{n+m}{2}! \binom{n-m}{2}!} \rho^{n-2k} \quad (5.7)$$

für ungerade $m - n$ ist $R_n^m = 0$. In Abbildung 5.2a sind die rotationssymmetrischen Polynome ($m = 0$) für $n = [0, 4]$ dargestellt. Der Scheitelwert $Z_n^0(0, 0)$ der rotationssymmetrischen Polynome liegt bei +1 beziehungsweise -1. Bei den nicht rotationssymmetrischen Polynomen ($m \neq 0$) ist $Z_n^{m \neq 0}(0, 0) = 0$. Verwendet man Zernike-Polynome zur Prüflingsbeschreibung in Kombination mit der Nebenbedingung $p_{3mess} = p_{3nom}$ und $D_{1mess} = D_{1nom}$, so entsteht ein Problem. Je nach Betrag der rotationssymmetrischen Moden des Zernike-Polynoms, bei welchen

⁹siehe Kapitel 5.3.1

$Z_n^0(0,0) \neq 0$ ist, ändert sich der Wert des Scheitelpunktes $Z(0,0)$. Die Position des Prüflings entlang der optischen Achse ist also nicht eindeutig festgelegt, wie es durch die Nebenbedingungen erreicht werden sollte, sondern hängt zusätzlich vom Betrag der rotationssymmetrischen Polynomterme der Oberflächenbeschreibung ab.



(a) Rotationssymmetrische Zernike-Polynome: Piston (Z_0^0), Defokus (Z_2^0), Sphärische Aberration 1.-3. Ordnung (Z_4^0 , Z_6^0 , Z_8^0).

(b) Rotationssymmetrische abgewandelte Zernike-Polynome: Piston (Z_0^0), Defokus (Z_2^0), Sphärische Aberration 1.-3. Ordnung (Z_4^0 , Z_6^0 , Z_8^0).

Abbildung 5.2.: Unterschied zwischen herkömmlichen Zernike-Polynomen und abgewandelter Form. Der Scheitel der herkömmlichen Polynomterme liegt bei $Z_n^0(0,0) = 1$ beziehungsweise $Z_n^0(0,0) = -1$. Der Scheitel der abgewandelten Polynome liegt bei $Z_n^0(0,0) = 0$ (mit Ausnahme des Pistonterms $Z_0^0(0,0) = 1$). Die nicht rotationssymmetrischen Polynomterme bleiben unverändert. Hier ist sowohl bei den Zernike-Polynomen als auch bei den abgewandelten Zernike-Polynomen $Z_n^{m \neq 0}(0,0) = 0$.

Dieses Problem lässt sich elegant lösen, indem anstelle von herkömmlichen Zernike-Polynomen abgewandelte Polynome verwendet werden, bei welchen für alle Polynomterme $Z_{n>0}^0(0,0) = 0$. Ersetzt man den Radialterm R_n^m für die Polynomterme mit $m = 0$ und $n > 0$ durch

$$R_n^{m=0}(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! (\frac{n}{2}-k)!^2} \rho^{n-2k} \quad (5.8)$$

so erhält man die abgewandelten Zernike-Polynome, wie in Abbildung 5.2 dargestellt. Bei diesen Polynomen ist der Wert am Scheitel $Z_n^m(0,0) = 0$ für alle Polynomterme außer Piston (Z_0^0). Verwendet man diese abgewandelten Zernike-Polynome anstelle der herkömmlichen Zernike-Polynome für die Prüflingsbeschreibung, so ist die Position entlang der optischen Achse eindeutig definiert und hängt nicht weiter vom Betrag der rotationssymmetrischen Moden ab, die in der Rekonstruktion der Prüflingsfläche enthalten sind. Die Polynomordnung, welche zur Berechnung der Prüflingsform gewählt werden kann, ist durch mehrere Faktoren begrenzt. Wird

diese zu hoch gewählt, so ist die Lösung des inversen Problems bei gleicher Anzahl an Strahlen in $\tilde{\mathcal{S}}$ instabil. Die Konvergenz der Algorithmen, welche zur Berechnung der Strahlverläufe im Prüfraum verwendet werden, wird ebenfalls beeinträchtigt. Zusätzlich steigt bei der Wahl einer höheren Polynomordnung der Rechenaufwand. Durch all diese Faktoren steigt die Rechenzeit zur Lösung des inversen Problems bei der Wahl einer höheren Polynomordnung stark an. Im Rahmen dieser Arbeit hat sich eine Prüflingsbeschreibung mit 120 abgewandelten Zernike-Polynomtermen bewährt, wobei die genaue Anzahl an Polynomtermen für die Messgenauigkeit nicht entscheidend ist. Alle in Kapitel 6 und Kapitel 7 vorgestellten Ergebnisse wurden mit dieser Polynomordnung berechnet.

5.4. Berechnung der höherfrequenten Oberflächenfehler

Im Allgemeinen enthält die Prüflingsoberfläche Ortsfrequenzen, welche mit einer Polynomordnung in der gewählten Größenordnung nicht beschreibbar sind. Dieser höherfrequente Anteil der Oberflächenform wird daher bei der Messauswertung in einem weiteren Schritt berechnet [9]. Nach dem ersten Auswertungsschritt sind die polynomiale Prüflingsbeschreibung und die Lage des Prüflings im Raum bekannt¹⁰. Somit sind alle Größen bekannt, um die OPD aller gültigen Strahlen $\tilde{\mathcal{S}}_{gesamt}$ über den Prüfling relativ zum Referenzstrahl des jeweiligen Patches zu berechnen.

$$\tilde{\mathbf{b}}_{poly} = \mathfrak{G}(\mathbf{Q}_{calib}, \mathbf{P}_{calib}, \tilde{\mathcal{S}}_{gesamt}, \mathbf{p}_{mess}, \mathbf{D}_{mess}) \quad (5.9)$$

Aus den interferometrischen Phasenmessungen ist die OPD $\tilde{\mathbf{b}}_{mess}$ der Strahlen $\tilde{\mathcal{S}}_{gesamt}$ ebenfalls bekannt. Die Differenz

$$\Delta\tilde{\mathbf{b}} = \tilde{\mathbf{b}}_{mess} - \tilde{\mathbf{b}}_{poly} \quad (5.10)$$

enthält die gesuchte Information über die höherfrequenten Oberflächenfehler. In Abbildung 5.3a ist beispielhaft $\Delta\tilde{\mathbf{b}}$ für alle Strahlen von $\tilde{\mathcal{S}}_{gesamt}$, welche in der ersten Position des Blendenarrays sichtbar sind, aufgetragen. Neben der OPD berechnet der Raytracingalgorithmus den Schnittpunkt I der Strahlen mit dem Prüfling im Prüfraum und die dort vorliegenden Einfallswinkel der Strahlen $\vec{\mathbf{i}}_0$. Der Normalenvektor $\vec{\mathbf{n}}_0$ der Prüflingsoberfläche lässt sich aus der differenzierbaren polynomialen Prüflingsbeschreibung berechnen über

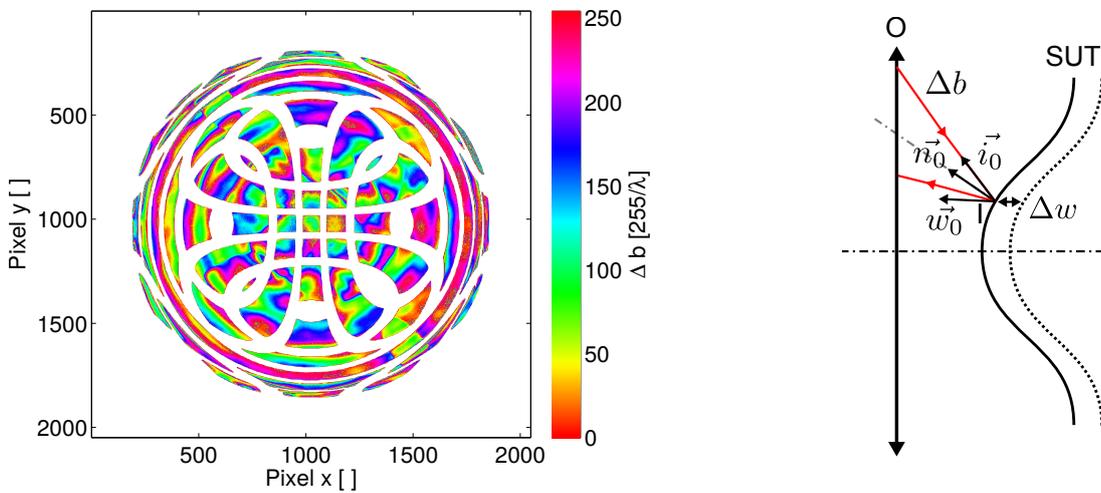
$$\vec{\mathbf{n}}_0 = \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\partial D}{\partial u} \end{pmatrix} \right\| \times \left\| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\partial D}{\partial u} \end{pmatrix} \right\| \quad (5.11)$$

¹⁰siehe Kapitel 5.4

Aus den gegebenen Größen lässt sich der Betrag des hochfrequenten Fehlers für jeden Strahl in $\tilde{\mathcal{S}}_{gesamt}$ berechnen (siehe Abbildung 5.3b) [115]. Dieser ergibt sich zu

$$\Delta w = (\vec{i}_0 \cdot \vec{n}_0)(\vec{n}_0 \cdot \vec{w}_0) \frac{\Delta b}{2}. \quad (5.12)$$

Hierbei wird davon ausgegangen, dass sich der Verlauf der Strahlen im Prüfraum durch die Oberflächenverschiebung Δw nicht verändert, die Retracefehler also vernachlässigbar sind. Der Faktor von $\frac{1}{2}$ entsteht, da sich durch die Verschiebung Δw die OPL der Strahlen auf dem Hin- und dem Rückweg um Δb ändert.

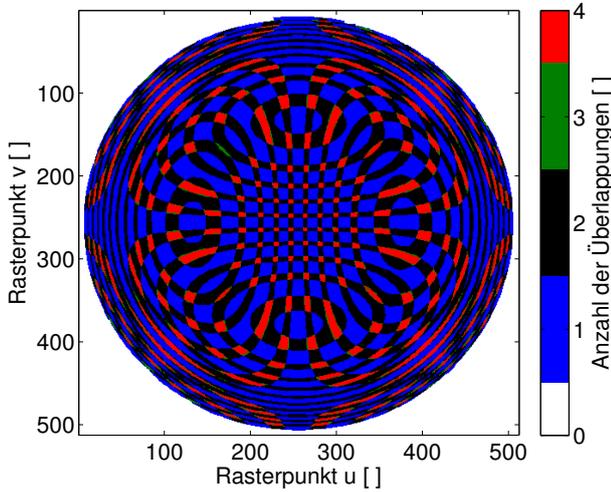


- (a) Beispiel der OPD von Strahlen, welche in der ersten von vier Positionen des Blendenarrays sichtbar sind, aufgetragen über die jeweilige Pixelposition. Die OPD $\Delta \vec{b}$, werden wie in Gleichung 5.12 beschrieben auf den Prüfling projiziert. Durch die Verwendung der Raytracingalgorithmen wird die Verzeichnung des Systems sowie Aberrationen in der Abbildung berücksichtigt, sodass diese Einflüsse nicht zusätzlich korrigiert werden müssen.
- (b) Projektion der hochfrequenten Fehler: *O*: Objektiv; *SUT*: Prüfling; *I*: Schnittpunkt des Strahls mit dem Prüfling; Δb : Differenz zwischen gemessener und berechneter OPL; \vec{i}_0 : Einheitsvektor in Richtung des einfallenden Strahls; \vec{n}_0 : Einheitsvektor in Richtung der Oberflächennormale; \vec{w}_0 : Eigenvektor in Richtung der w -Richtung des Prüfraumkoordinatensystems; Δw : Oberflächen-differenz des Prüflings an Punkt *I*

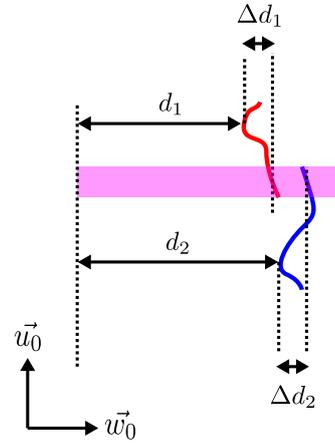
Abbildung 5.3.: Projektion der hochfrequenten Oberflächenfehler auf den Prüfling

Nach Berechnung der Projektion liegt die Information über den hochfrequenten Oberflächenfehler in Prüfraumkoordinaten vor. Die Position in w -Richtung der Oberflächenpunkte ist jedoch nur innerhalb eines Patches relativ zum Referenzpunkt bekannt. Die absolute Position der Patches muss daher noch bestimmt werden. Der verwendete Algorithmus hat dabei im Unterschied zu einem Stitchingalgorithmus nur die w -Position der Patches als Freiheitsgrad, da die Verkipfung, die Rotation und die Translation in u - und w -Richtung bekannt sind. Der Abstand der Quellen des TWI ist so gewählt, dass die Patches ihre Nachbarn jeweils geringfügig

überlappen¹¹. Eine beispielhafte Verteilung der Überlappbereiche, wie sie für die Berechnung der hochfrequenten Oberflächenfehler erstellt wird, ist in Abbildung 5.4a zu sehen. Aus dieser



(a) Beispielhafte Patchverteilung bei der Vermessung einer Asphäre in Prüfraumkoordinaten u, v : Entlang der Patchkanten existiert meist eine Überlappung zweier Patches (schwarz), wohingegen an den Ecken bis zu vier Patches beteiligt sein können (rot). Im inneren Bereich ist nur ein Patch vorhanden (blau).



(b) Berechnung der Patchverschiebung in w -Richtung: Patch 1 (rot); Patch 2 (blau); Überlappbereich (violett markierter Bereich); d_1, d_2 : Höhe des Referenzpunktes von Patch 1 und 2; Δd_1 und Δd_2 : Differenz der Höhe zwischen den Referenzpunkt d und dem Mittelwert des Überlappbereichs des jeweiligen Patches

Abbildung 5.4.: Berechnung der Patchoffsets in w -Richtung

Verteilung der Überlappbereiche wird eine Liste der Patchüberlappungen extrahiert. Außerdem wird für jeden Überlappbereich der Mittelwert $\bar{w} = d + \Delta d$ der enthaltenen Punkte im jeweiligen Patch berechnet. Mit $\Delta w = \bar{w}_1 - \bar{w}_2$ lässt sich für jeden Überlappbereich eine lineare Gleichung erstellen

$$\Delta w = d_1 + \Delta d_1 - (d_2 + \Delta d_2). \quad (5.13)$$

Das lineare Gleichungssystem, welches alle Überlappbereiche enthält, ist im Allgemeinen stark überbestimmt und wird mit der Bedingung gelöst, dass $\Delta \mathbf{w}$ minimal ist

$$\min \|\mathbf{d}_1 + \Delta \mathbf{d}_1 - (\mathbf{d}_2 + \Delta \mathbf{d}_2)\|^2. \quad (5.14)$$

Aus dem auf diese Weise berechneten Werten für die Patchoffsets \mathbf{d} können allen Patches absolute w -Positionen zugewiesen und die Messpunkte aller Patches zu einer Punktwolke kombiniert werden. Das Ergebnis einer solchen Berechnung ist in Abbildung 5.5b zu sehen. Das kombinierte Messergebnis (siehe Abbildung 5.5c) ergibt sich aus der Addition der polynomia-

¹¹siehe Kapitel 3.1

len Oberflächenform¹² und dem hochfrequenten Fehler. Da längere OPL durch eine Vertiefung im Prüfling und kürzere OPL durch eine Erhöhung zustande kommen, ist das Vorzeichen beim finalen Messergebnis invertiert.

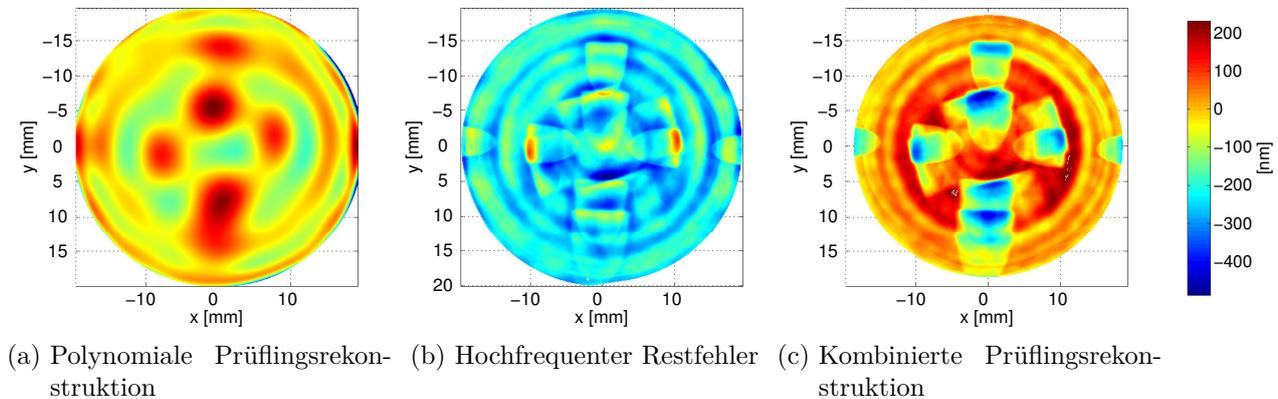


Abbildung 5.5.: Zusammensetzung des Messergebnisses

5.5. Eliminierung der Justageeinflüsse

Für einen Prüfling, dessen Position im Prüfraum nicht bekannt ist, ist die Unterscheidung zwischen Formfehler sowie Justagefehler nicht ohne Weiteres möglich. Wird beispielsweise bei der Vermessung eines Planspiegels in einem herkömmlichen Interferometer ein Kippterm gemessen, so kann dieser einerseits als Verkippung, also Festkörperbewegung, des Prüflings interpretiert werden. Man kann das Ergebnis aber auch so interpretieren, dass die Spiegeloberfläche einen linearen Oberflächenfehler aufweist. Solange keine zusätzlichen Referenzmarken am Prüfling angebracht sind, sind beide Erklärungen gleichwertig. Das Messergebnis einer TWI-Messung kann daher ebenfalls auf unterschiedliche Arten interpretiert werden, solange keine Referenzmarken am Prüfling vorhanden sind. Bei der Berechnung der polynomialen Prüflingsbeschreibung ergibt sich aus dem Lösungsvektor \mathbf{x}_{mess} neben \mathbf{D}_{mess} je nach Wahl der Nebenbedingungen¹³ auch der Justagefehler $\mathbf{p}_{mess} - \mathbf{p}_{nom}$. Der auf diese Weise berechnete Positionierungsfehler wurde jedoch ohne Berücksichtigung der hochfrequenten Oberflächenfehler bestimmt, sodass das Ergebnis einen geringen Fehler aufweisen kann. Es ist daher unabhängig von der Wahl der Nebenbedingungen erforderlich, den Justagefehler zu korrigieren.

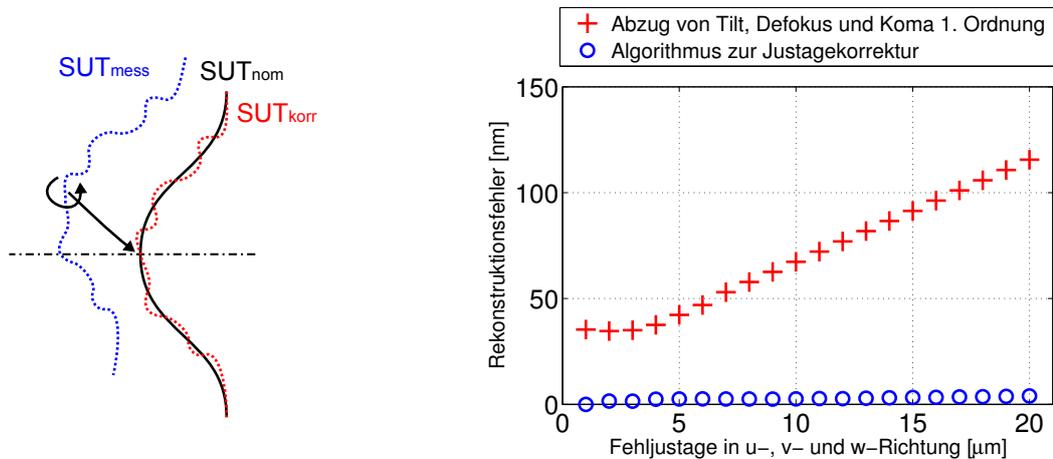
Durch eine Verkippung oder laterale Verschiebung des Prüflings entsteht neben einem Kippterm in erster Linie Koma. Eine einfache Methode, den Justagefehler zu korrigieren, ist daher diese

¹²siehe Kapitel 5.4

¹³siehe Kapitel 5.3.1

Terme vom Messergebnis zu subtrahieren. Diese Methode wird zwar für Messungen an Sphären sowie bei CGH-Messungen oft angewandt, jedoch entstehen dadurch vor allem bei größeren Justagefehlern Fehler im Messergebnis. Der Fehler beruht auf der Annahme, die Fläche enthalte aufgrund des Herstellungsverfahrens keinerlei Komaterme, was bei rotationssymmetrischen Asphären nur bedingt, bei Freiformflächen im Allgemeinen nicht gegeben ist. Zusätzlich werden Retracefehler nicht berücksichtigt.

Für CGH-Messungen existieren daher bessere Methoden, um den Justagefehler aus dem Messergebnis zu eliminieren [21]. Im Fall des TWI kann der Justagefehler noch eleganter aus dem Messergebnis entfernt werden, da durch die Kalibrierung, anders als bei einer CGH-Messung, sämtliche Retracefehler bereits korrekt im Messergebnis berücksichtigt sind. Das gilt unabhängig davon, wie weit der Prüfling während der Messung dejustiert ist. Das Messergebnis beschreibt daher den Prüfling bereits korrekt, jedoch in einem verschobenen und verdrehten Koordinatensystem, was sich durch eine Starrkörperbewegung der Punktwolke korrigieren lässt (siehe Abbildung 5.6a). Die Justagefehlerkorrektur wird dabei über ein Optimierungsverfahren berechnet [7].



(a) Korrektur des Justagefehlers: Die Punktwolke der gemessene Fläche SUT_{mess} wird über einen Optimierungsalgorithmus verschoben und verdreht, bis die RMS-Abweichung der Punkte von der nominellen Fläche SUT_{nom} minimal ist.

(b) Simulationsergebnisse einer Beispielmessung, bei welcher der Prüfling um unterschiedliche Beträge in u -, v - und w -Richtung dejustiert ist. Für den Optimierungsalgorithmus liegt der Rekonstruktionsfehler in diesem Beispiel für einen Justagefehler von $20 \mu m$ bei $5 nm$. Durch Abziehen von Tilt und Koma entsteht hier ein Fehler von $100 nm$.

Abbildung 5.6.: Korrektur des Justagefehlers

In Abbildung 5.6b ist der Fehler der Prüflingsrekonstruktion aufgetragen, welcher durch eine Fehljustage entsteht. Das Ergebnis wurde simulativ bestimmt. Es ist zu erkennen, dass in einer TWI-Messung bei Verwendung des Justagekorrekturalgorithmus auch durch einen großen Jus-

tagefehler im Bereich einiger μm nur sehr geringe Rekonstruktionsfehler in der Größenordnung weniger nm entstehen.

Wie in Kapitel 5.2 erwähnt, ist eine automatisierte Prüflingsjustage möglich, bei welcher die Reproduzierbarkeit der Justageposition ca. $\pm 1 \mu m$ entspricht. Durch eine Kombination dieser beiden Technologien lassen sich die Prüflingsjustage, und die Fehlerkorrektur vollständig automatisieren. Zusätzlich ist die erforderliche Genauigkeit der Achsen, welche zur Prüflingspositionierung verwendet werden, im Vergleich zu einer CGH-Messung stark reduziert, was sich positiv auf die für die Justage benötigte Zeit und auf die Kosten der verwendeten Achsen auswirkt. Die Kenntnis der Retracefehler, wie sie durch das TWI-Blackboxmodell erreicht wird, erhöht somit nicht nur die Flexibilität des Interferometers in Bezug auf messbare Asphärität, sondern ebenfalls die tolerierbaren Justagefehler.

6. Simulation der Fehlereinflüsse des TWI

Bei einfachen Messgeräten, deren Funktion sich analytisch beschreiben lässt, sind die Richtlinien zur Bestimmung der Fehlereinflüsse in [56] zusammengefasst. Diese basieren auf analytischen Methoden der Fehlerfortpflanzung. Bei Messsystemen, deren Funktion neben physikalischen Phänomenen auf komplexen Algorithmen beruht, können solche Methoden nicht angewandt werden. Hierfür existiert eine Erweiterung zu [56], welche Richtlinien zur Bestimmung der Messunsicherheit, basierend auf Monte-Carlo-Simulationen enthält [57].

Um solche Simulationen durchführen zu können, wurde, wie in Kapitel 3.6 bereits erwähnt, eine Simulationsumgebung implementiert. Diese ermöglicht es virtuelle Interferometer zu simulieren, um unterschiedliche Kalibrierungskonfigurationen¹ oder Algorithmen zu untersuchen. Die Simulationsumgebung kann aber auch genutzt werden, um Aussagen über die Fortpflanzung unterschiedlicher Fehlereinflüsse auf die Wellenfrontrekonstruktion der Kalibrierung oder auch der Prüflingsrekonstruktion der Messung zu treffen. Die Simulationsumgebung ist stark vereinfacht und genügt nicht den Ansprüchen an ein virtuelles Experiment, welches alle bekannten Fehlereinflüsse vollständig erfasst. Daher sind die Simulationsergebnisse nur als Richtwerte zu interpretieren und erlauben keine verlässlichen Rückschlüsse auf die Messunsicherheiten des realen Interferometers. Trotzdem können anhand des vereinfachten Modells kritische Fehlereinflüsse erkannt werden, sodass gezielt an Verbesserungen des Verfahrens gearbeitet werden kann. Neben der hier vorgestellten Simulationsumgebung wurde an der Physikalisch Technische Bundesanstalt (PTB) eine alternative Simulationsumgebung implementiert [29, 31, 28].

Im aktuellen Stand des Simulationsmodells werden folgende bekannte Fehlereinflüsse berücksichtigt:

- Fehljustage optischer Baugruppen im Interferometer
- zufällige Positionierungsfehler der mechanischen Achsen
- systematische Positionierungsfehler der mechanischen Achsen

¹siehe Kapitel 4.6

- Radienfehler der Referenzkugeln
- signalunabhängiges Rauschen der Pixel bei der Phasenbestimmung
- Polynomial beschreibbare Abweichung des Prüflings von der nominellen Form

Nicht implementiert sind folgende Fehlereinflüsse:

- Fehljustage optischer Elemente innerhalb einer Baugruppe
- Wellenoptische Effekte (Beugung)
- Reflexe an Oberflächen im Interferometer, welche zu Mehrfachinterferenzen führen können
- signalabhängiges Rauschen der Pixel bei der Phasenbestimmung
- Phasenschiebeartefakte
- Formabweichungen der Referenzkugeln
- hochfrequente Aberrationen der Optiken im Interferometer
- dynamische Effekte, wie Schlieren durch Indexschwankungen der Luft
- Änderung des Justagezustands zwischen Kalibrierung und Messung
- Wellenlängenänderungen der Lichtquelle
- Mechanische Schwingungen des Interferometeres
- weitere unbekannte Fehlereinflüsse

6.1. Modellierung der Fehlereinflüsse

In der Vorbereitung der Simulation müssen die Verteilungsfunktionen der simulierten Fehlereinflüsse bestimmt werden [57]. Im Folgenden wird für alle simulierten Fehlereinflüsse die Herleitung dieser Größen beschrieben, welche je nach Fehlerart aus unterschiedlichen Quellen gewonnen wurden.

6.1.1. Fehljustage der optischen Baugruppen im Interferometer

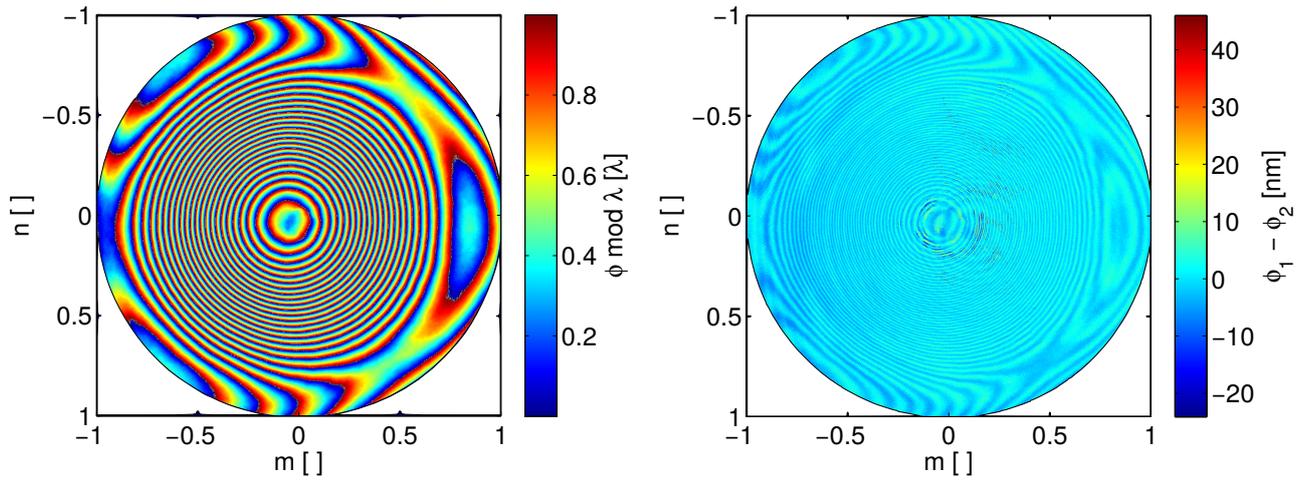
Die Größe der Fehljustage der optischen Baugruppen im Interferometer kann direkt nur schwer bestimmt werden. Hierfür müsste jedes Element einzeln mit Referenzmarken versehen wer-

den, deren Position in Bezug auf die optischen Flächen bekannt ist. Die Position dieser Referenzmarken im justierten Interferometeraufbau müsste anschließend durch ein Messsystem erfasst werden. Um eine statistisch aussagekräftige Verteilung zu erhalten, müssten die Justage und die Vermessung mehrfach wiederholt werden, was sehr aufwendig ist. Eine alternative Möglichkeit stellt die Simulation der Interferometerjustage dar. Für die Simulation wurden jeweils 25 Zemax®-Modelle des Interferometers erzeugt und alle optischen Baugruppen um einen zufälligen Betrag $\Delta\eta$ dejustiert, wobei jedes Element abhängig von Symmetrien bis zu sechs Justagefreiheitsgrade erhält. Jede Baugruppe wurde dabei innerhalb eines eigenen Koordinatensystems dejustiert, sodass die Dejustage einzelner Baugruppen keinen Einfluss auf die restlichen Baugruppen hat. Die so erzeugten Interferometermodelle wurden jeweils in ihre Blackboxdarstellung umgerechnet, wobei für das Q -Polynom die Polynomordnung $Z_{(120,36)}$, und für das P -Polynom die Polynomordnung $Z_{(36,91)}$ verwendet wurde. Der bei diesen Polynomordnungen auftretende Fitfehler ist kleiner $\pm 1 \text{ nm}$ und wird als vernachlässigbar angenommen. Mit den Interferometermodellen in der Blackboxdarstellung wurden für die jeweiligen Systeme die OPD der Strahlen der Kalibrierung berechnet. Aus realen Kalibriermessungen justierter Interferometer ist bekannt, dass die Differenz der OPD = PV($\tilde{\mathbf{b}}_{real} - \tilde{\mathbf{b}}_{nom}$) typischerweise in der Größenordnung von 30λ liegt. Dieser Wert kann durch einen gleichverteilten Justagefehler mit $\Delta h_{max} = \pm 0.1 \text{ mm}$ reproduziert werden, sodass dieser Wert für die Simulationen verwendet wurde.

6.1.2. Phasenrauschen

Das Phasenrauschen wurde ermittelt, indem an einem an ca. 100 Positionen im Prüfraum positionierten Referenzobjekt im Abstand von wenigen Sekunden jeweils zwei Phasenschiebemessungen aufgenommen wurden. Die ausgewertete Phase ϕ_1 modulo 2π einer dieser Messungen ist in Abbildung 6.1a dargestellt. Die Differenz der beiden Messungen $\phi_1 - \phi_2$ ist in Abbildung 6.1b dargestellt.

Das Rauschen der Phase hat unterschiedliche Ursachen. Zum einen ist das Signal jedes Pixels des Charge Coupled Device (CCD)-Chips sowohl durch signalunabhängiges Dunkelrauschen als auch signalabhängiges Rauschen überlagert. Beim Auswerten der Phasenschiebemessung entsteht dadurch ein Fehler in jedem Pixel. Eine weitere Fehlerursache sind Phasenschiebefehler [112, 63]. Diese entstehen, wenn der Phasenunterschied zwischen zwei Einzelmessungen einer Phasenschiebemessung nicht genau $\frac{\lambda}{4}$ beträgt, was beispielsweise durch einen Fehler des Piezoaktuators, Instabilität des Lasers, Indexschwankungen der Luft oder Vibrationen verursacht werden kann. In diesem Fall ist der Phasenfehler $\Delta\phi$ eine Funktion der Phase ϕ . Die Differenz der Phasenmessungen in Abbildung 6.1b weist beide Arten von Fehlern auf. Zusätzlich sind in



(a) Ausgewertete Phasenschiebemessung einer Kalibrierposition (b) Differenz zweier Messungen im Abstand weniger Sekunden

Abbildung 6.1.: Reproduzierbarkeitsmessung zur Ermittlung des Phasenrauschens

der Mitte der Apertur Fehler enthalten, welche auf Defekte des verwendeten PLQA und auf Reflexe an optischen Flächen im Aufbau zurückzuführen sind.

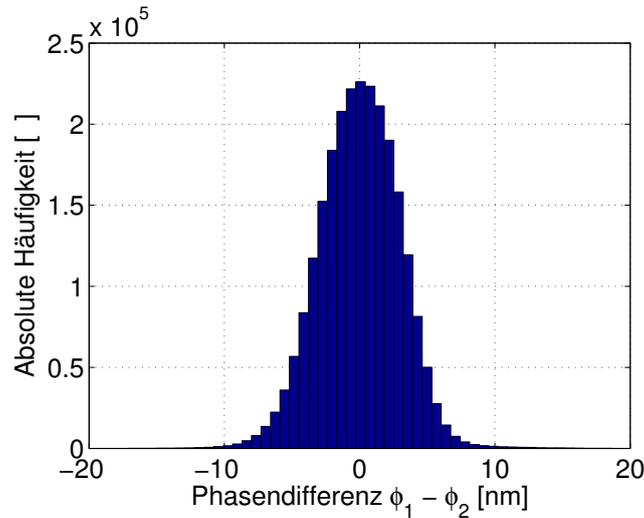


Abbildung 6.2.: Histogramm der Differenz zweier Messungen $\phi_1 - \phi_2$ mit $\mu_0 = 0nm$ und $\sigma = 4nm$

In Abbildung 6.2 ist die Phasendifferenz $\phi_1 - \phi_2$ aller in Abbildung 6.1 enthaltenen Pixel in einem Histogramm dargestellt. Aus der Verteilung lässt sich schließen, dass $\phi_1 - \phi_2$ normalverteilt ist, mit dem Erwartungswert $\mu_0 = 0$ sowie der Standardabweichung $\sigma_{\phi_1 - \phi_2} = 4 nm$.

Für zwei normalverteilte Grundgesamtheiten

$$\phi_1 = \mathcal{N}(\mu_{\phi_1}, \sigma_{\phi_1}^2), \phi_2 = \mathcal{N}(\mu_{\phi_2}, \sigma_{\phi_2}^2) \tag{6.1}$$

mit $\mu_{\phi_1} = \mu_{\phi_2} = 0$ gilt, dass die Differenz $\phi_1 - \phi_2$ wieder normalverteilt ist

$$\phi_1 - \phi_2 = \mathcal{N}(0, \sqrt{\sigma_{\phi_1}^2 + \sigma_{\phi_2}^2}). \quad (6.2)$$

Mit $\sigma_{\phi_1} = \sigma_{\phi_2}$ ergibt sich daraus

$$\phi_1 - \phi_2 = \mathcal{N}(0, \sqrt{2}\sigma_{\phi_1}). \quad (6.3)$$

Somit ergibt sich die Standardabweichung des Rauschens einer einzelnen Messung zu

$$\sigma_{\phi_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{(\phi_1 - \phi_2)}; \quad (6.4)$$

woraus sich für die gemessene Verteilung Werte von $\mu_{\phi} = 0$ sowie $\sigma_{\phi} = 2,8nm$ ergeben. Als vereinfachtes Rauschmodell für die Simulation wurde ein signalunabhängiges normalverteiltes Rauschen gewählt. Die signalabhängigen Fehlereinflüsse wie etwa die Phasenschiebefehler wurden dabei vernachlässigt und deren Betrag zu den signalunabhängigen Fehlern addiert. Der Grund für diese Entscheidung war, dass dieses Modell einfach zu implementieren ist und für erste Untersuchungen das Rauschen ausreichend gut modelliert.

6.1.3. Radianfehler der Kalibrierkugeln

Beim aktuellen Stand der Kalibrierung werden als Referenzobjekte zwei Kugeln verwendet, wobei der Radius der ersten Kugel zu $r_1 = 40.143 mm$ und der Radius der zweiten Kugel zu $r_2 = -10.0042 mm$ bestimmt wurde. Die Vermessung der Radian erfolgte dabei interferometrisch [114] an einem Radianmessplatz am Institut² und wurde von zwei Kollegen durchgeführt³. Die Abschätzung der Messunsicherheit bei der Radianbestimmung wurde ebenfalls von einem Kollegen⁴ durchgeführt. Hieraus ergibt sich eine Unsicherheit bei der Radianbestimmung von ca. $\pm 400 nm$ für r_1 sowie $\pm 100 nm$ für r_2 . Prinzipiell ist es aber möglich, Radian genauer zu bestimmen [44, 78], wofür jedoch deutlich aufwendigere Experimente notwendig sind. Da jeder Radianfehler nur einen einzelnen Parameter für die Simulation darstellt, existiert hier keine Verteilungsfunktion der Fehlergröße.

²Aufbau an einem Schneider ALI-200

³Johannes Schindler, Christof Pruss

⁴Johannes Schindler

6.1.4. Positionierungsfehler der Kalibrierkugeln

Für die Positionierung der Prüflinge im Prüfraum wird im Laboraufbau, welcher im Rahmen dieser Arbeit erstellt wurde⁵, ein 6-achsiger Hexapod [100] verwendet. Im Datenblatt des Hexapoden [99] ist die Wiederholbarkeit einer Positionierung mit $\pm 0,5\mu\text{m}$ in x - und y -Richtung, sowie mit $\pm 0.4\text{ mm}$ für die z -Richtung angegeben. Der Hexapod ist so montiert, dass die z -Achse parallel zur optischen Achse w verläuft. Zur Absolutgenauigkeit finden sich jedoch keine Informationen im Datenblatt. Die direkte Vermessung des Hexapoden über ein externes Messsystem, beispielsweise mittels dreier Laserinterferometer oder mittels Lasertracer [106], ist eine Möglichkeit, die Absolutgenauigkeit zu bestimmen. Der Nachteil dieser Methode ist, dass zusätzliche Hardware benötigt wird. Eine elegantere Möglichkeit, die Absolutgenauigkeit der Positionierung zu bestimmen, ist über eine Kalibrierung des TWI gegeben. Neben den Parametern der Blackboxpolynome ergibt sich aus der Lösung des inversen Problems auch die Fehljustage der einzelnen Kalibrierpositionen. Aus früheren Simulationen ist bekannt, dass die Rekonstruktion der Positionen dabei mit einem Fehler $< 100\text{ nm}$ erfolgt. Somit kann die Kalibrierung genutzt werden, um den Positionierungsfehler des Hexapoden zu bestimmen. In Abbildung 6.3

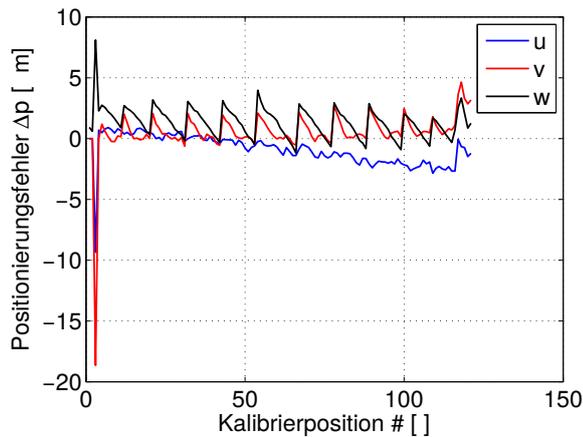
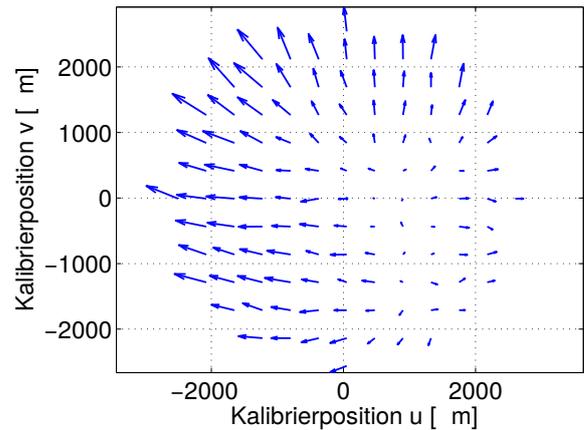
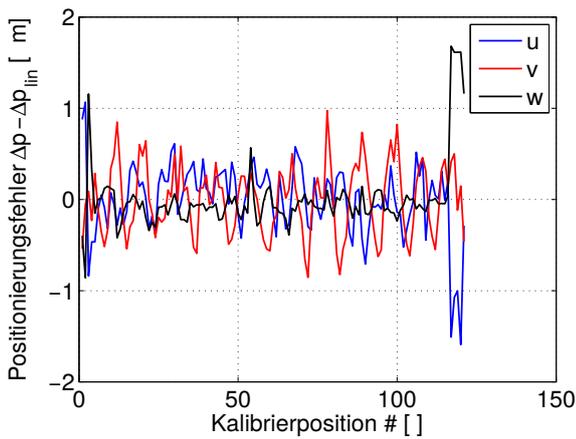
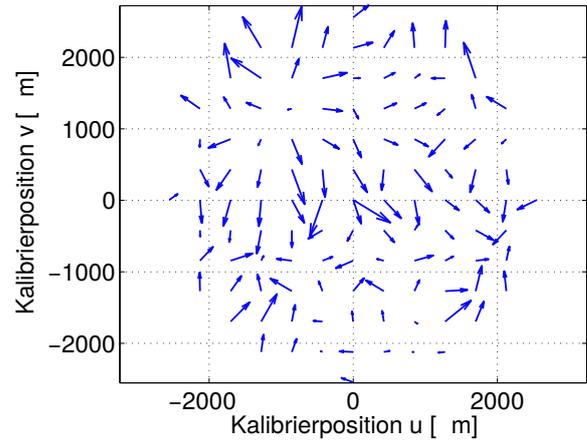
(a) Positionierungsfehler in u -, v - und w -Richtung(b) Positionierungsfehler in u - und v -Richtung dargestellt als Vektorfeld

Abbildung 6.3.: Rekonstruierter Positionierungsfehler Δp der ersten 121 Kalibrierpositionen

ist für eine typische Kalibrierung der rekonstruierte Positionierungsfehler der Achsen in den drei Raumrichtungen dargestellt. Aus den Plots ist zu erkennen, dass ein systematischer Fehler den zufälligen Fehler deutlich überlagert. Der systematische Fehler besteht sowohl aus linearen Achsfehlern als auch einer Rotation des Tischkoordinatensystems relativ zum Prüfraumkoordinatensystem. Die Rotation entsteht dabei aufgrund von zufälligen Positionierungsfehlern in den Kalibrierpositionen, welche zur Definition des Koordinatensystems verwendet werden⁶.

⁵siehe Kapitel 3.5

⁶siehe Kapitel 4.5.2

(a) Korrigierter Positionierungsfehler in u -, v - und w -Richtung(b) Korrigierter Positionierungsfehler in u - und v -Richtung dargestellt als VektorfeldAbbildung 6.4.: Korrigierter Positionierungsfehler $\Delta p - \Delta p_{lin}$ der ersten 121 Kalibrierpositionen

Für die Beschreibung der systematischen Fehler wurde ein mehrdimensionales lineares Regressionsmodell der Form

$$\Delta p_i(s) = \xi_{(s,0)} + \xi_{(s,1)}p_i(1) + \xi_{(s,2)}p_i(2) + \xi_{(s,3)}p_i(3) \quad (6.5)$$

verwendet, wobei $s = [1; 3]$ die Richtungskordinate u, v, w angibt und i den Index der Kalibrierposition. Die aus dem Modell rekonstruierten Werte für die Skalierung und Rotation der Achsen liegen in der Größenordnung von $8 * 10^{-4}$. Die von systematischen Fehlern bereinigten Positionierungsfehler sind in Abbildung 6.4 dargestellt. Hier ist keinerlei Systematik mehr zu erkennen, woraus zu schließen ist, dass das lineare Modell die systematischen Fehler ausreichend genau beschreibt.

Die Verteilung der Positionierungsfehler nach Bereinigung der systematischen Fehler ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Aus der Verteilung lässt sich erkennen, dass die zufälligen Positionierungsfehler näherungsweise normalverteilt sind, mit $\mu_{pos} = 0$ und $\sigma_{pos} = 380 \text{ nm}$. In der Simulation wurde neben einem normalverteilten zufälligen Positionierungsfehler ein systematischer Linearfehler der Achsen simuliert. Die Rotation des Koordinatensystems ist in der Simulation nicht implementiert, da nur bei einer Übereinstimmung der Ausrichtung des Prüfraumkoordinatensystems und des Tischkoordinatensystems die rekonstruierten Wellenfronten mit den wahren Wellenfronten verglichen werden können⁷. Aus früheren Simulationen ist bekannt, dass eine Rotation des Koordinatensystems die Konvergenz der Kalibrierung nicht verschlechtert. Somit ist davon auszugehen, dass das Ergebnis durch diese Vereinfachung nicht verfälscht wird.

⁷siehe Kapitel 4.3

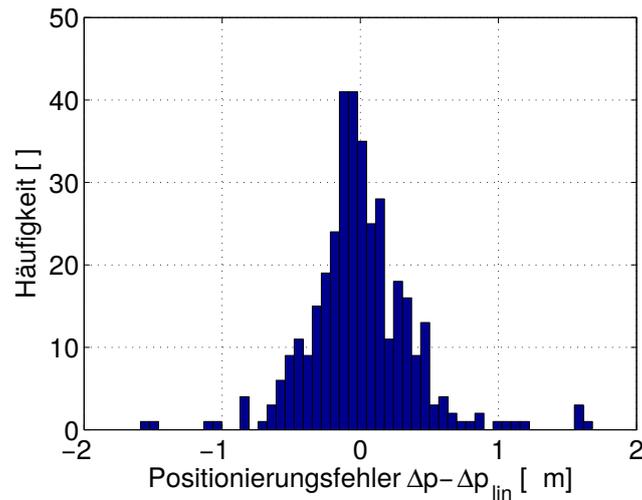


Abbildung 6.5.: Verteilung der zufälligen Positionierungsfehler nach Korrektur der systematischen Positionierungsfehler

6.2. Simulation der Fehlereinflüsse

Im folgenden Abschnitt werden Simulationsergebnisse vorgestellt, welche die Einflüsse unterschiedlicher Größen der Fehlereinflüsse auf die Rekonstruktion der Wellenfronten aufzeigen. Zur Bewertung der Wellenfrontrekonstruktion wurden jeweils die PV und die RMS Werte der Teststrahlen in einem Wellenfrontplot⁸ verwendet. Es wird nur die Wellenfrontrekonstruktion für das Q-Polynom betrachtet, da diese im Allgemeinen den größeren Rekonstruktionsfehler aufweist. Für die Monte-Carlo-Simulation wurden 1000 gestörte Systeme simuliert, wobei die Verteilungsfunktion der Fehlergrößen zwischen verschiedenen simulierten Systemen einer Gleichverteilung entspricht. Die Verteilungsfunktion der Fehlergrößen innerhalb einer Simulation entspricht jeweils der im vorherigen Kapitel ermittelten Verteilung. Die Parameter, die für die Simulation verwendet wurden, sind in Tabelle 6.1 dargestellt. Der Justagefehler der optischen Baugruppen wurde für alle Systeme in derselben Größenordnung simuliert.

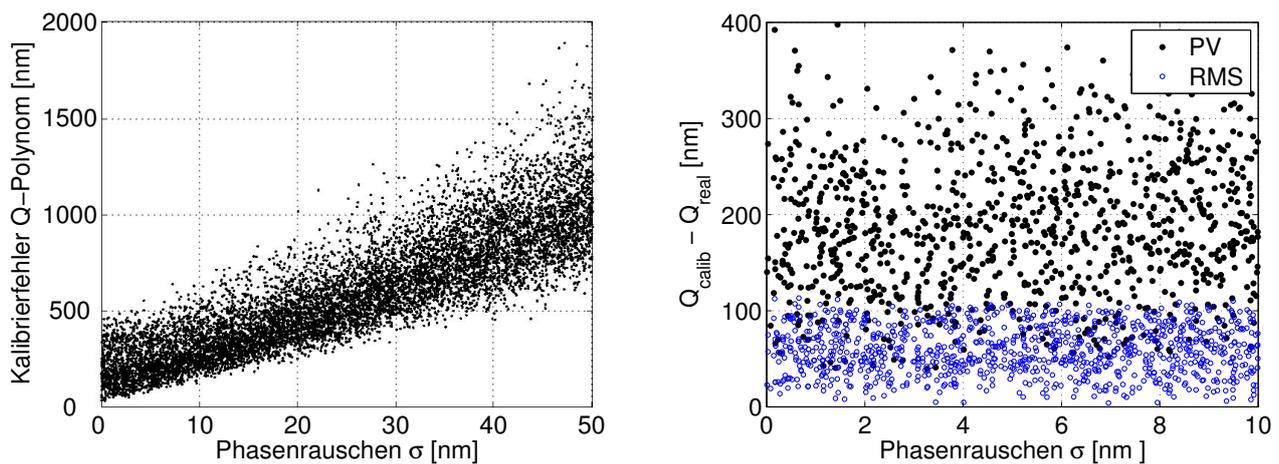
Fehlergröße	Verteilung	Ermittelte Fehlergröße	Simuliertes Intervall
Justagefehler Δh	Gleichverteilt	0,1 mm	0,1 mm
Phasenrauschen $\Delta\phi$	Normalverteilt	2,8 nm	[0; 10 nm]
zufälliger Positionierungsfehler Δp_σ	Normalverteilt	380 nm	[0; 4 μm]
linearer Achsfehler Δp_{lin}	Normalverteilt	$8 * 10^{-4}$	$[-1 * 10^{-3}; 1 * 10^{-3}]$
Kugelradienfehler Δr	Gleichverteilt	400 nm	[0; 1 μm]

Tabelle 6.1.: Simulierte Fehlergrößen in der Monte-Carlo-Simulation

⁸siehe Kapitel 4.3

6.2.1. Einfluss der Fehlergrößen auf die Wellenfrontrekonstruktion der Kalibrierung

Der Wellenfrontrekonstruktionsfehler in Abhängigkeit des Phasenrauschens ist in Abbildung 6.6a dargestellt. Dieses Ergebnis stammt aus einer zusätzlichen Simulation, bei welcher das Phasenrauschen für $\sigma_\phi = [0; 50 \text{ nm}]$ für 10000 Systeme simuliert wurde. Es ist zu erkennen, dass der Mittelwert des Rekonstruktionsfehlers mit zunehmendem Phasenrauschen in etwa linear zunimmt. Zusätzlich erhöht sich auch die Varianz zwischen den Systemen. Für den Laboraufbau relevant ist jedoch nur das Intervall, welches in Abbildung 6.6b dargestellt ist. Im Unterschied zum Simulationsergebnis in Abbildung 6.6a wurde hier, wie auch beim Einlesen realer Kalibrierdaten, ein 3×3 Medianfilter auf die verstetigte Phasenmessung angewandt. In dieser Größenordnung ist kein Einfluss des Phasenrauschens mehr zu erkennen, da das Signal von den anderen Fehlereinflüssen überlagert wird.



(a) Simuliertes Intervall $\sigma = [0; 50 \text{ nm}]$ ohne Medianfilter beim Einlesen der Daten (b) Simuliertes Intervall $\sigma = [0; 10 \text{ nm}]$ mit 3×3 Medianfilter beim Einlesen der Daten

Abbildung 6.6.: Einfluss des Phasenrauschens auf die Wellenfrontrekonstruktion

In Abbildung 6.7 ist der Einfluss von zufälligen sowie systematischen Fehlern bei der Positionierung der Referenzkugeln im Prüfraum dargestellt. Im simulierten Bereich ist kein Einfluss dieser Fehlergrößen auf die Wellenfrontrekonstruktion zu erkennen. Dieses Ergebnis ist in sofern nicht überraschend, da der Positionierungsfehler in der Kalibrierung mit geschätzt wird⁹.

Die Position ist also eine freie Variable bei der Lösung des inversen Problems. Wird keine Regularisierung zur Verbesserung der Stabilität der Lösung verwendet¹⁰, existiert keine Dämpfung, welche die rekonstruierte Position in Richtung der nominellen Position verschieben würde.

⁹siehe Kapitel 4.2

¹⁰siehe Kapitel 4.6

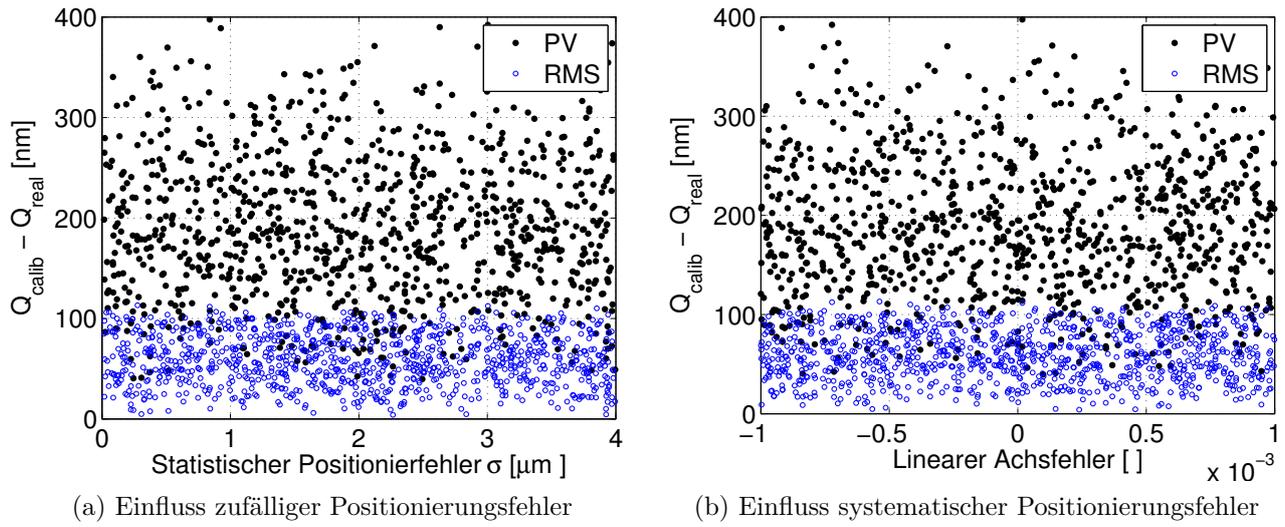


Abbildung 6.7.: Einfluss von Positionierungsfehlern der Referenzkugeln bei der Kalibrierung auf die Wellenfrontrekonstruktion des Q-Polynoms

Des Weiteren ist die Linearisierung des Systems für Abweichungen dieser Größenordnung eine ausreichend genaue Beschreibung. Somit stellen die nominellen Positionen keine bevorzugte Lösung dar, sodass geringe Abweichung von diesen Positionen keine Verschlechterung bei der Rekonstruktion der Wellenfronten bewirken. (Dasselbe gilt für den Justagezustand der optischen Komponenten. Im Bereich bis zu ca. 50λ Abweichung vom nominellen Wert ist keine Verschlechterung festzustellen, weshalb dieser Einfluss in dieser Simulation nicht mehr untersucht wurde.)

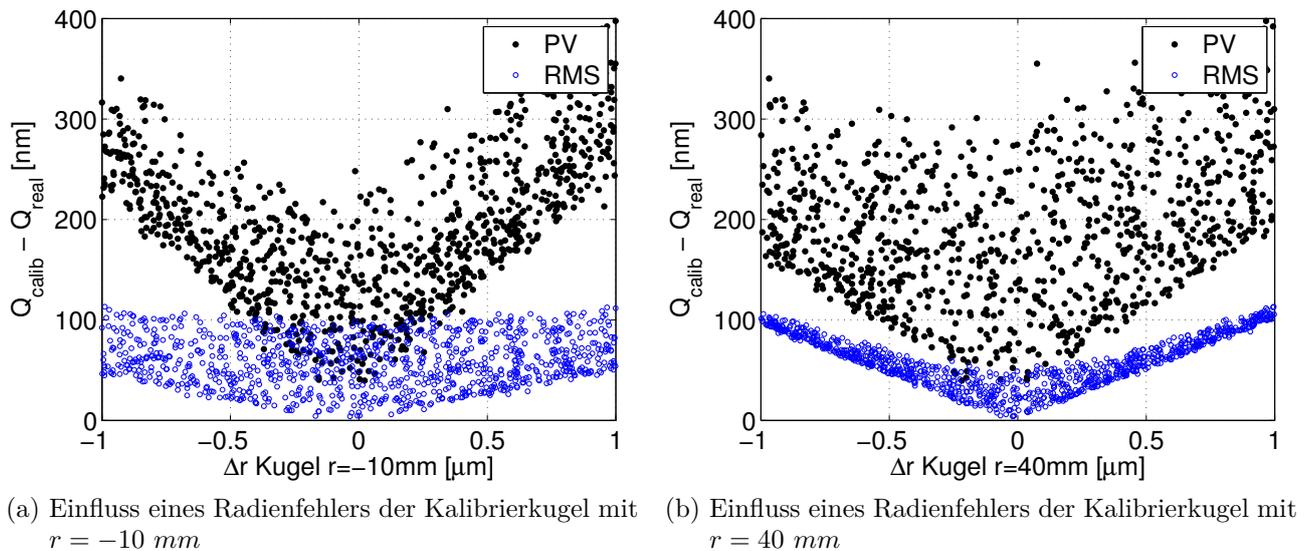


Abbildung 6.8.: Einfluss von Radienfehlern der Kalibrierkugeln

In Abbildung 6.8 ist der Einfluss fehlerhaft angenommener Radien der Kalibrierkugeln auf die Rekonstruktion der Wellenfront des Q -Polynoms dargestellt. Es ist zu erkennen, dass dieser Fehler unter den in der Monte-Carlo-Simulation simulierten Fehlergrößen die größte Auswirkung auf die Güte der Wellenfrontrekonstruktion hat. Dabei ist der Wellenfrontrekonstruktionsfehler linear abhängig vom Betrag des Radienfehlers der verwendeten Kalibrierkugeln. Aus der Betrachtung der einzelnen Wellenfrontplots ist zu erkennen, dass dieser Fehler dieselbe Form¹¹ annimmt, wie er durch die Singulärmode beschrieben wird, welche zur Skalierung des Prüfraums führt¹².

6.3. Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation

Aus den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation lässt sich schließen, dass von den simulierten Fehlergrößen innerhalb der simulierten Intervalle die Unsicherheit der Radien den größten Anteil zum Fehler der Wellenfrontrekonstruktion beiträgt. Eine genauere Bestimmung der Kugelradien ist daher die beste Möglichkeit, um die Unsicherheit der Wellenfrontrekonstruktion zu verringern. Aufgrund der Unvollständigkeit der in der Simulation implementierten Fehlerinflüsse kann jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass weitere Fehlergrößen existieren, welche einen noch größeren Einfluss auf den Rekonstruktionsfehler haben. Dies kann durch die Integration weiterer Fehlergrößen in die Simulation oder auch durch experimentelle Messungen in zukünftigen Arbeiten weiter untersucht werden.

6.4. Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM

In einer weiteren Monte-Carlo-Simulation wurden 100 Systeme simuliert, wobei der Betrag der Fehlergrößen jeweils den für den Laboraufbau ermittelten Werten¹³ entspricht. Der Mittelwert des PV-Wertes der Wellenfrontrekonstruktionsfehler der Q -Blackbox liegt bei ca. 78 nm PV , was zu einem RMS-Wert von ca. 12 nm führt. Der Mittelwert des PV-Wertes der P -Blackbox liegt bei ca. 32 nm PV und der des RMS-Wertes bei 2 nm . Die Werte für Q sind im Vergleich zum idealen Fall, ohne Fehlereinflüsse, welche nicht durch das Modell rekonstruiert werden (siehe Abbildung 4.20) um einen Faktor von zwei bis drei schlechter. Die Werte für die P -Blackbox sind nur geringfügig schlechter als im idealen Fall. Dies entspricht der Erwartung, da der größte Beitrag zum Fehlerbudget durch den Radienfehler der Kalibrierkugeln zustande

¹¹siehe Abbildung 4.16

¹²siehe Kapitel 8

¹³siehe Tabelle 6.1

kommt. Dieser führt zu einem Wellenfrontfehler ähnlich der Mode des kleinsten Singulärwerts (siehe Abbildung 4.17a), welche hauptsächlich Auswirkungen auf das Q -Polynom hat (siehe Abbildung 4.16), sodass hier der größere Fehler entsteht.

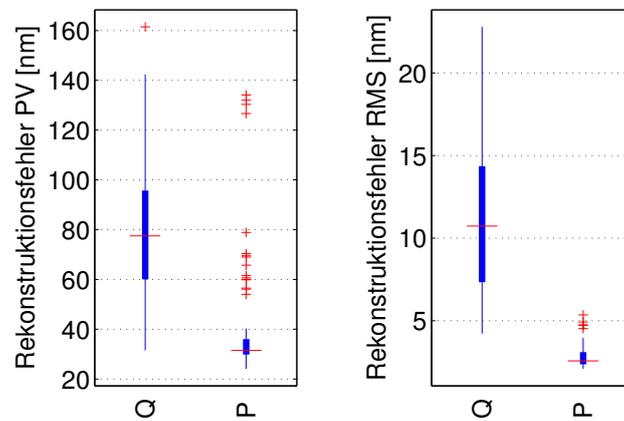


Abbildung 6.9.: Rekonstruktionsfehler der Blackboxwellenfronten. Der Mittelwert des PV-Rekonstruktionsfehlers liegt für Q bei ca. 78 nm , und für P bei ca. 11 nm .

Neben der Kalibrierung wurde die Messung einer starken Asphäre (siehe Tabelle A.3) und einer Freiformfläche (siehe Tabelle A.4) simuliert. Um eindeutig zwischen Oberflächenrekonstruktionsfehler und Justagefehler unterscheiden zu können, wurde die Position der Fläche im Raum als bekannt angenommen, was der Verwendung von Referenzmarken entspricht. Für die Nebenbedingungen zur Berechnung der Oberflächenform¹⁴ wurde die Methode verwendet, bei welcher die Fläche erst im Catseye positioniert wird und von dort aus in die Messposition verfahren wird, sodass auch der Absolutradius rekonstruiert werden kann. Der Positionierungsfehler beim Anfahren der Messposition wurde dabei in der Größe der zuvor ermittelten Werte angenommen¹⁵. Der hochfrequente Oberflächenfehler der simulierten Flächen wurde mit 200 Zernike-Polynomen beschrieben, wobei die Abweichung der Flächen von der nominellen Form im Bereich von $1 \mu\text{m}$ PV lag, was realistischen Werten für schlecht polierte Flächen entspricht.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.10 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Rekonstruktionsfehler der Oberfläche für beide Prüflinge deutlich unter den Werten der Wellenfrontrekonstruktionsfehler der Kalibrierung liegt, was auf den ersten Blick widersprüchlich erscheint. Betrachtet man die Wellenfrontplots¹⁶ der einzelnen Kalibrierungen, so ist zu erkennen, dass die großen PV-Werte nur für wenige Strahlen am Rand weit im Feld liegender Quellen auftreten. In den

¹⁴siehe Kapitel 5.3.1

¹⁵siehe Kapitel 6.1

¹⁶siehe Kapitel 4.3

meisten Bereichen ist der Wellenfrontrekonstruktionsfehler deutlich geringer. Des Weiteren wird bei der Messung jeweils nur ein kleiner Teil einer jeden Quellenwellenfront verwendet, wobei der Fehler innerhalb dieser Subapertur nochmals deutlich geringer ist. Eine weitere Erklärung ist, dass ein Wellenfrontfehler in Form einer Prüfraumskalierung, wie er durch die Kugelradienfehler verursacht wird, bei der Oberflächenrekonstruktion zu einer Skalierung des Prüflings führt. Durch diese Skalierung entstehen in erster Linie ein Fokusterm und geringe Anteile sphärischer Aberration im Fall der Asphäre sowie Astigmatismus im Fall der Freiformfläche. In Abbildung 6.10b ist der Fokusterm subtrahiert, sodass hier ein Großteil des Fehlers nicht enthalten ist.

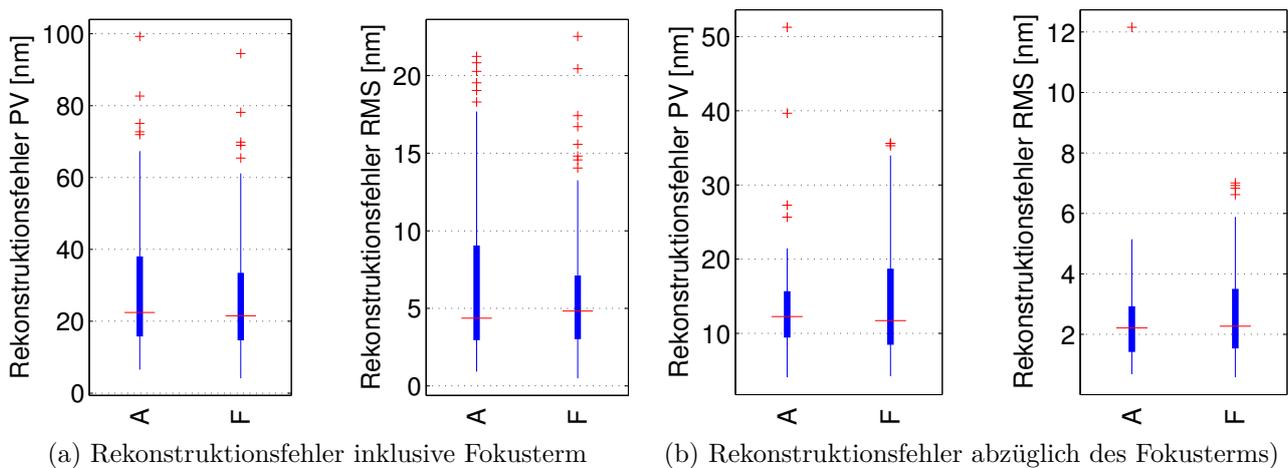


Abbildung 6.10.: Rekonstruktionsfehler einer Asphäre (A) und einer Freiformfläche (F) für Fehlereinflüsse in der Größenordnung der für den Laboraufbau bestimmten Werte. (Es wurden zwei Ausreißer mit ca. 200nm PV aus dem Ergebnis entfernt)

Die in dieser Simulation gewonnenen Werte stellen die Messunsicherheit dar, welche mit den für den Laboraufbau ermittelten Fehlergrößen maximal erreichbar ist. Da im realen Interferometer noch weitere Fehlereinflüsse existieren, welche in der Simulation nicht enthalten sind, ist bei einer realen Messung eine größere Messunsicherheit zu erwarten. Hierbei dürften vor allem hochfrequente Linsenfehler, welche durch das polynomiale Interferometermodell nicht beschrieben werden können, am stärksten zur Messunsicherheit beitragen. Um die Messunsicherheit abschließend zu bestimmen, sind daher weitere Simulationen mit einem erweiterten Simulationsmodell erforderlich.

7. Experimentelle Verifikation

Im Folgenden werden Messungen an unterschiedlichen Prüflingen vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit vermessen wurden. Alle TWI-Messungen wurden mit dem TWI-Laboraufbau¹ durchgeführt. Für alle Messungen wurde das Objektiv mit einer Schnittweite von $48,6 \text{ mm}$ sowie einer NA von $0,56$ verwendet².

7.1. Messung an Referenzkugeln

Die Messabweichung ist definiert als die Differenz zwischen gemessener Größe und wahrer Größe oder einer Größe, welche mit vernachlässigbarer Unsicherheit bestimmt werden kann [59]. Für Asphären existiert aktuell kein Messverfahren, welches eine ausreichende Messgenauigkeit aufweist, um das Ergebnis als Referenzwert verwenden zu können. Dagegen können Kugeloberflächen mit einer deutlich höheren Genauigkeit bis in den sub-nm-Bereich vermessen werden [78]. Eine elegante Methode, für die experimentelle Ermittlung der Messabweichung des TWI ist es daher, sphärische Prüflinge im Nicht-Nulltest zu vermessen. Das Messergebnis kann anschließend mit dem Messergebnis eines Nulltestinterferometers verglichen werden, woraus sich direkt die Messabweichung ergibt. Die Tatsache, dass sphärische Prüflinge im Nulltest relativ einfach zu vermessen sind, stellt bei der Messung im Nicht-Nulltest keinen Vorteil dar, sodass aus dem Ergebnis auch auf asphärische Prüflinge geschlossen werden kann.

Für die folgenden Messungen wurde eine Kugel mit Radius $r = 40,143 \text{ mm}$ verwendet, deren Oberflächenfehler mit $\frac{\lambda}{40}$ PV spezifiziert ist. Die Abweichung des Prüflings von einer perfekten Sphäre ist daher laut Spezifikation kleiner 16 nm PV und wird im Rahmen dieser Untersuchung als vernachlässigbar angenommen. Das Messergebnis der sphärischen Fläche, welches mit einem herkömmlichen Nulltestinterferometer erstellt wurde, ist in Abbildung 7.1 zu sehen.

¹siehe Kapitel 3.5

²siehe Kapitel 3.4

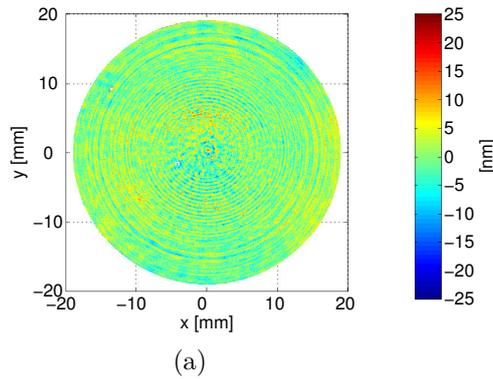


Abbildung 7.1.: Nulltest-Messung des sphärischen Prüflings in einem herkömmlichen Interferometer zur Vermessung von Sphären

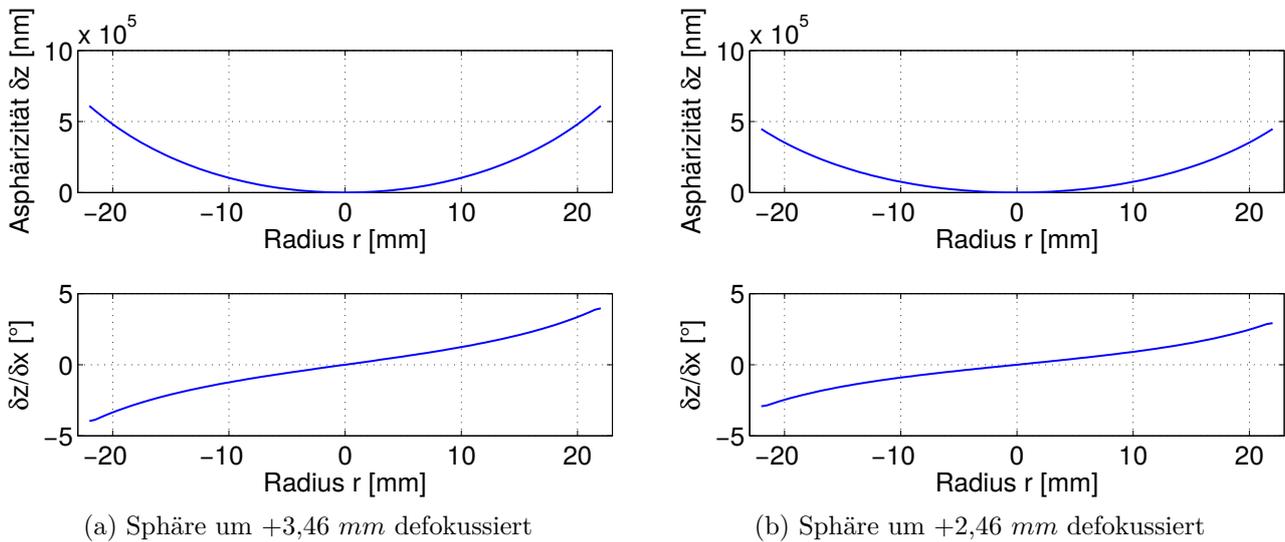


Abbildung 7.2.: Abweichung der in positiver w -Richtung aus dem Nulltest verschobenen Sphäre von der Prüfwellenfront (oben), sowie resultierender Gradient (unten)

Es wurden drei verschiedene Messpositionen verwendet. Neben der Vermessung im Nulltest der zentralen Quelle des TWI wurde die Kugel in zwei defokussierten Positionen vermessen, welche von der Nulltestposition aus entlang der optischen Achse um $+3,46 \text{ mm}$ beziehungsweise um $+2,46 \text{ mm}$ verschoben sind. Die erste Messposition wurden so gewählt, dass die Anzahl der benötigten Punktlichtquellen 113 beträgt. Diese Anzahl an Punktlichtquellen wird für die Vermessung der steilen Asphäre benötigt³. Die zweite Messposition ist weniger defokussiert und benötigt 69 Punktlichtquellen. In Abbildung 7.2a ist die Abweichung der Kugel in Messposition $+3,46 \text{ mm}$ von der Wellenfront der zentralen Punktlichtquelle dargestellt. Die ‐Asphärität‐ ist hier lediglich ein Fokusterm, welcher durch Verschieben der Messposition in die Nulltest-

³siehe Kapitel 7.4

position kompensiert werden kann. Die maximale Abweichung beträgt ca. $600 \mu\text{m}$, was zu einer Gradientenabweichung von ca. $\pm 4^\circ$ führt. In Abbildung 7.2b sind dieselben Daten für die Messposition $+2,46 \text{ mm}$ dargestellt. Hier beträgt die maximale Abweichung ca. $450 \mu\text{m}$ und die extreme Gradientenabweichung ca. $\pm 3^\circ$.

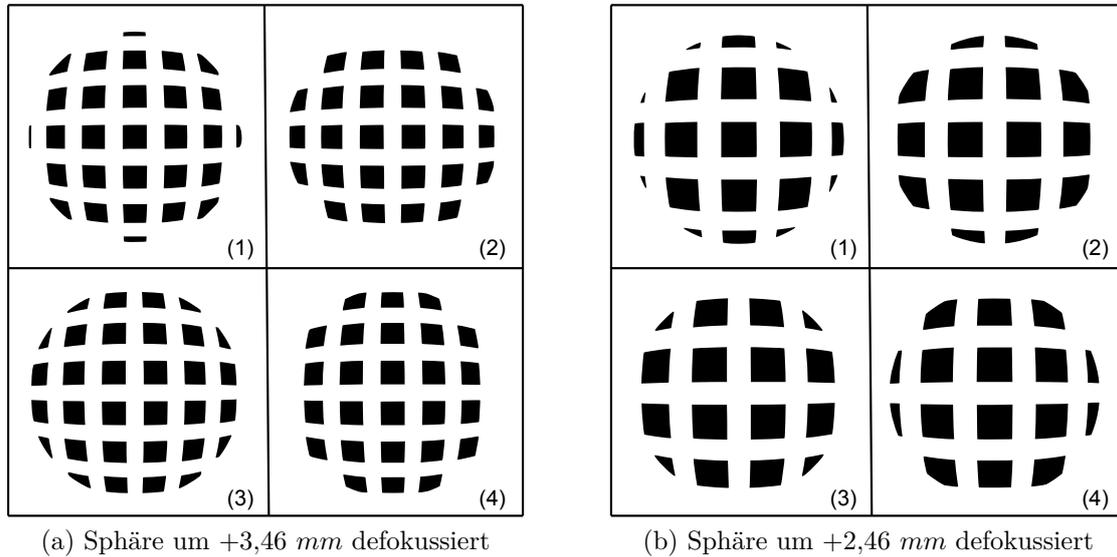


Abbildung 7.3.: Verteilung der Patches, in Blendenposition 1 bis 4, wie sie bei der Vermessung der Kugel im Nicht-Nulltest auftreten. In der Nulltestposition deckt der Patch der zentralen Quelle die komplette Apertur ab.

Die resultierende Patchverteilung ist in Abbildung 7.3 dargestellt. Abbildung 7.4 zeigt die gemessene Phase modulo 2π einer solchen Messung in der ersten Position des Blendenarrays. Es ist zu erkennen, dass in der Messposition sehr hohe Streifendichten bis kurz vor der Nyquist-Grenze in den Messdaten enthalten sind. Der Vorteil der einfachen Vermessung von Sphären im Nulltest wird hier also nicht genutzt, sodass die Bedingungen bei diesem Experiment mit den Bedingungen bei der Messung einer Asphäre vergleichbar sind.

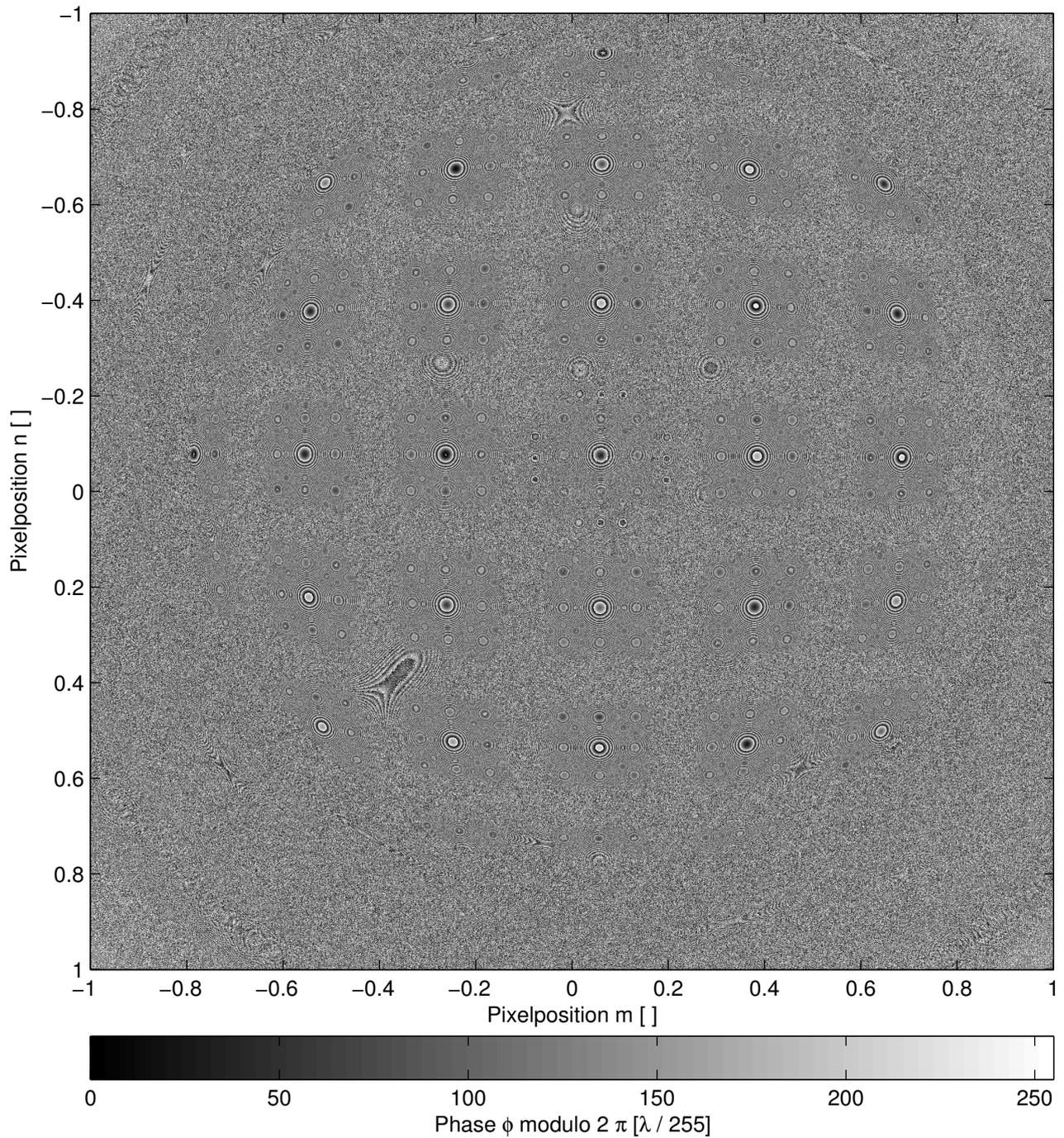


Abbildung 7.4.: Gemessene Phase ϕ modulo 2π in der ersten Blendenposition des Blendenarrays, bei der Messung der Sphäre in der Messposition $+3,46\text{ mm}$

7.1.1. Wiederholbarkeit und Messabweichung einer Kugelmessung

Für diese Untersuchung wurde der Prüfling erst in der Nulltestposition positioniert, von dort um $+3,46 \text{ mm}$ in w -Richtung defokussiert und an dieser Position vermessen. In Abbildung 7.5 sind das Messergebnis für zwei Messungen in dieser Position und die Differenz der Messungen dargestellt. Für die Auswertung wurde jeweils angenommen, dass der absolute Radius der Kugel bekannt ist⁴. Unter der Annahme, dass die Prüflingsform einer perfekten Sphäre entspricht, ergibt sich eine Messabweichung von ca. 50 nm PV ($\frac{\lambda}{10}$).

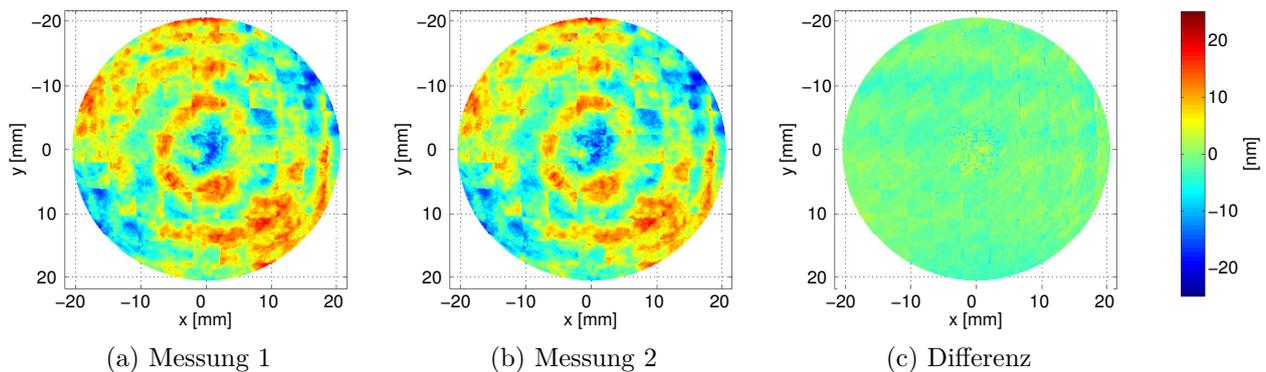


Abbildung 7.5.: Wiederholbarkeit einer Messung an einer Kugel im Nicht-Nulltest. Die Kugel wurde für die Messung von der Nulltestposition um $3,46 \text{ mm}$ in Richtung Objektiv verschoben. In dieser Position werden für die Messung sämtliche Quellen innerhalb eines Radius von 15 mm um die zentrale Quelle verwendet. Der Defokus wird durch die Kippung der Quellen kompensiert. Die Abweichung des Prüflings von der Kugelform ist mit $\frac{\lambda}{40}$ PV spezifiziert. Der Absolutfehler der Messung beträgt $\sim 50 \text{ nm PV}$ ($\frac{\lambda}{10}$). Die Wiederholbarkeit beträgt $\sim 10 \text{ nm PV}$.

Dieser Wert ist größer als der Wert 16 nm PV , mit dem die Kugel spezifiziert ist, sodass dem Ergebnis von der Größenordnung her vertraut werden kann. Wird in Zukunft durch technische Weiterentwicklungen eine geringere Messabweichung erreicht, sollte jedoch für Experimente dieser Art eine genauer spezifizierte Kugel verwendet werden. Als Referenz könnte auch eine Messung der Kugeloberfläche, welche mit vernachlässigbarer Unsicherheit bekannt ist, verwendet werden. Die Wiederholbarkeit der Messungen beträgt $\sim 10 \text{ nm PV}$.

Die experimentell ermittelte Messabweichung ist ca. 30 nm größer als der in der Monte-Carlo-Simulation ermittelte Wert für die Messunsicherheit. Als Ursache hierfür können Einflüsse nicht simulierter Fehlergrößen, wie etwas höherfrequenter Aberrationen im Aufbau, störende Reflexe oder eine Änderung des Justagezustands zwischen Kalibrierung und Messung angenommen werden.

⁴siehe Kapitel 5.3.1

7.1.2. Wiederholbarkeit einer Kugelmessung mit Justagefehlern

Um den Einfluss eines Justagefehlers auf die Oberflächenrekonstruktion zu untersuchen, wurde der Prüfling für eine erste Messung wie in Kapitel 7.1.1 positioniert. Für zwei weitere Messungen wurde der Prüfling von der Messposition aus einmal in u -Richtung, und einmal in w -Richtung jeweils um $10\ \mu\text{m}$ dejustiert und dort ebenfalls vermessen. Für die Auswertung wurde wieder angenommen, dass der absolute Radius der Kugel bekannt ist⁵, da eine Dejustage in w -Richtung ansonsten zu einem Fokusterm im Messergebnis führen würde, welcher proportional zur Dejustage ist. Die Messergebnisse sind in Abbildung 7.6 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass auch hier die Wiederholbarkeit in einer Größenordnung von ca. $10\ \text{nm}$ PV liegt (einzelne Ausreißer wurden aus der Berechnung des PV-Wertes entfernt). Das Ergebnis passt gut mit den in der Simulation vorhergesagten Einflüssen einer Fehljustage überein⁶.

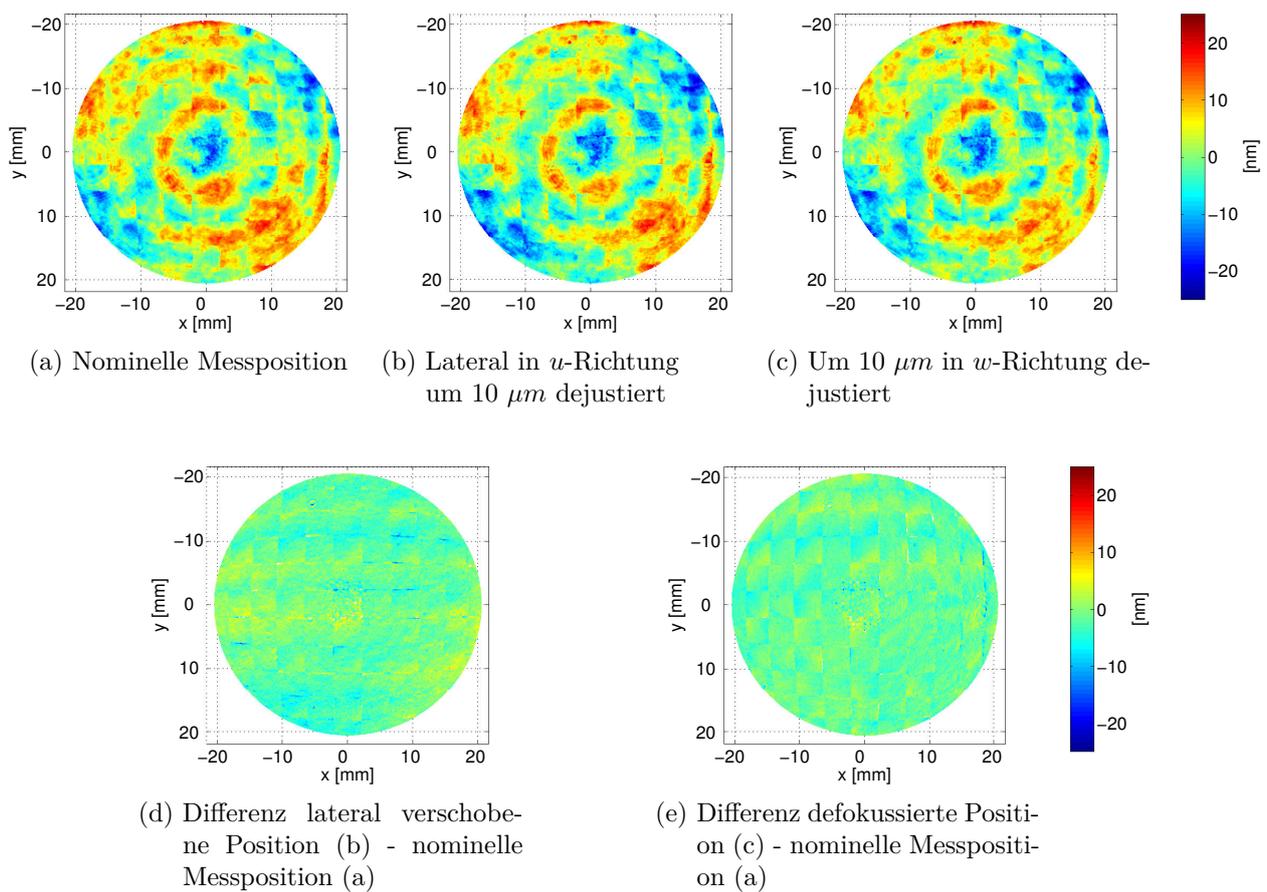


Abbildung 7.6.: Messergebnisse von Kugelmessungen mit Justagefehlern

⁵siehe Kapitel 5.3.1

⁶siehe Kapitel 5.5

7.1.3. Wiederholbarkeit einer Kugelmessung an unterschiedlichen Messpositionen

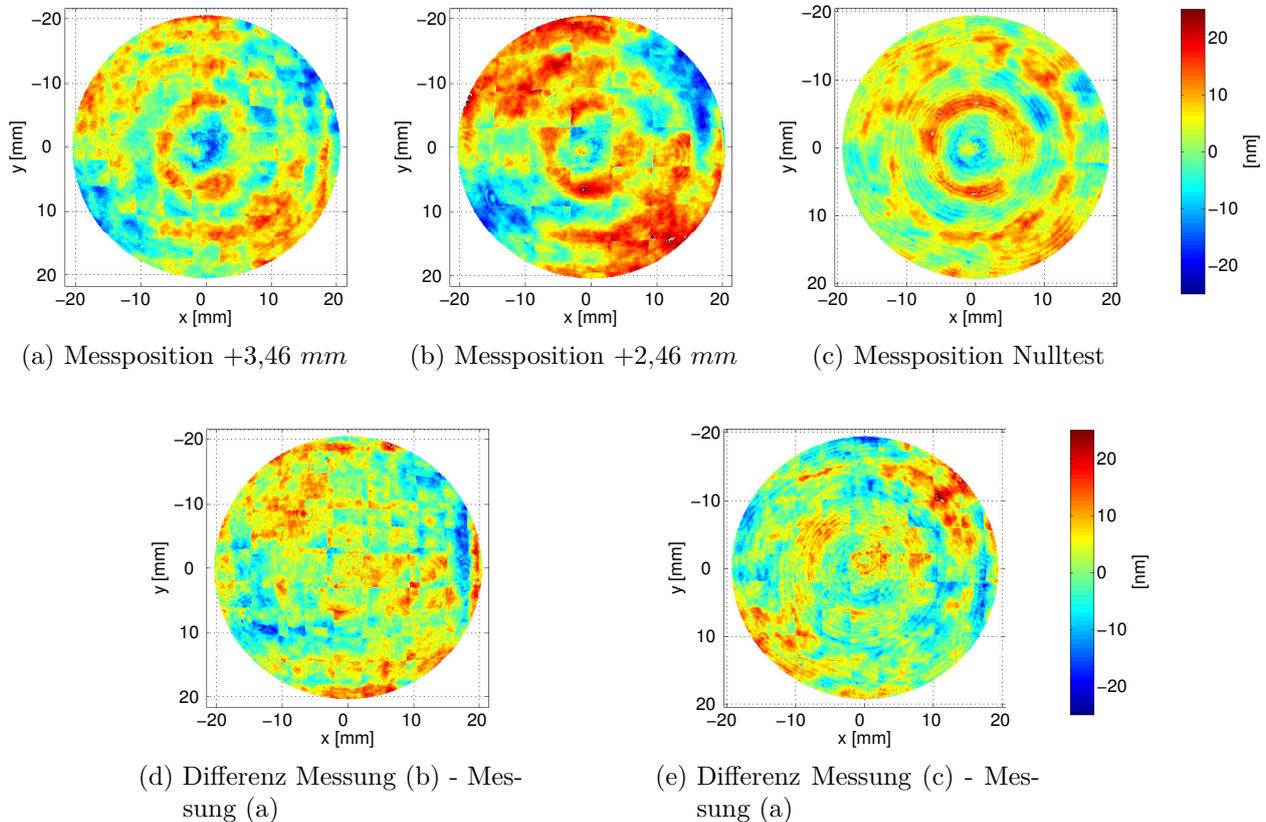


Abbildung 7.7.: Messergebnisse von Kugelmessungen an unterschiedlichen Messpositionen

Anders als bei einer CGH-Messung existiert bei einer TWI-Messung nicht nur eine mögliche Messposition. Der Prüfling kann daher an unterschiedlichen Positionen im Prüfraum vermessen werden. Dadurch lässt sich die Konsistenz einer Kalibrierung überprüfen. Aus den Ergebnissen der Experimente zur Wiederholbarkeit⁷ ist bekannt, dass der zufällige Messfehler in der Größenordnung von 10 nm liegt. Unterscheiden sich die Messergebnisse an unterschiedlichen Messpositionen um mehr als diesen Betrag, ist davon auszugehen, dass dieser Unterschied aufgrund eines systematischen Fehlers in der Kalibrierung zustande kommt. Dieser systematische Fehler liegt unter der Annahme, dass die Abweichung der Kugel von einer perfekten Sphäre und der zufällige Fehler vernachlässigbar sind, in der Größenordnung von 50 nm PV. In Abbildung 7.7 sind die Ergebnisse dreier Messungen dargestellt, welche an unterschiedlichen Positionen aufgenommen wurden. Die Differenz der Messungen ist ebenfalls dargestellt (Abbildung 7.7 (d) und (e)). Sowohl der PV-Wert der Einzelmessungen als auch der PV-Wert der Differenzen

⁷siehe Kapitel 7.1.1

liegt in der Größenordnung von 50 nm . In allen drei Messergebnissen sind Anteile sphärischer Aberration höherer Ordnung zu erkennen, was auf einen systematischen Kalibrierfehler hinweist, welcher unabhängig von der Position im Prüfraum auftritt. Dieser Fehler stammt höchstwahrscheinlich aus höherfrequenten Aberrationen im Aufbau, die durch das polynomiale Interferometermodell mit den zur Verfügung stehenden Polynomordnungen nicht beschreibbar sind.

7.2. Vergleichsmessungen einer schwachen Asphäre

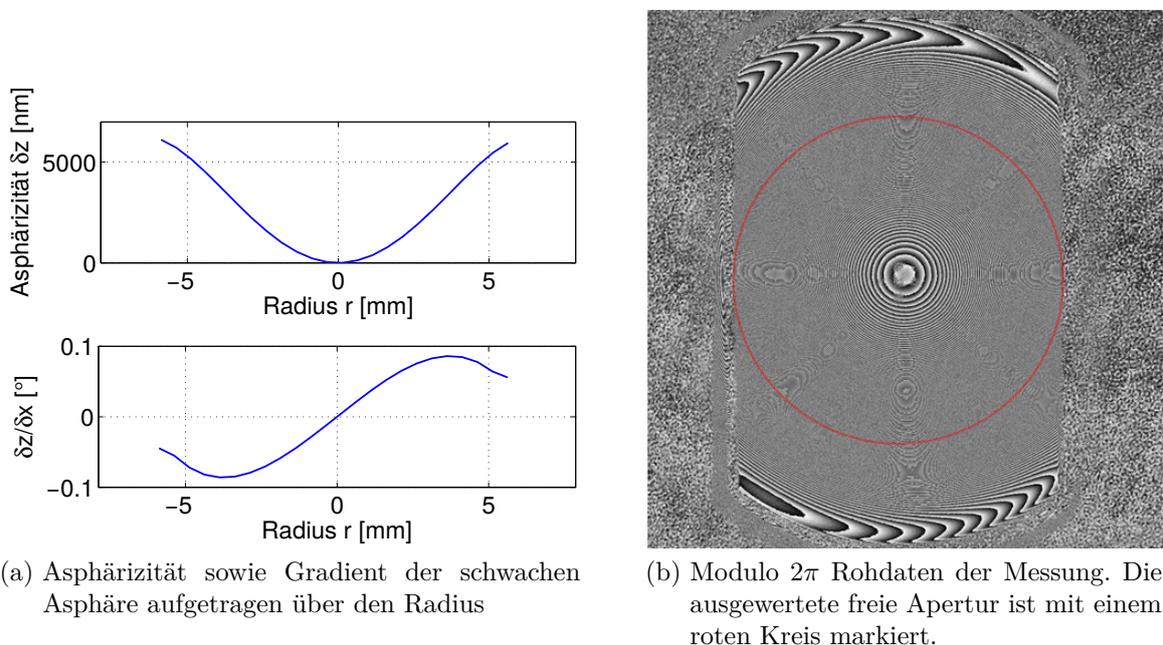


Abbildung 7.8.: Messung einer schwachen Asphäre

In Kapitel 4.7 wurde beschrieben, wie sich die Kalibrierung des TWI auf herkömmliche Interferometer übertragen lässt, um Asphären mit nur geringer Abweichung von der Kugelform vermessen zu können. Zur Überprüfung der Methode wurde eine schwachen Asphäre mit nur einer Punktlichtquelle auf der optischen Achse im TWI vermessen. Um den programmiertechnischen Aufwand zu minimieren und die aktuelle TWI-Software verwenden zu können, wurde bei der Kalibrierung nicht auf den zweiten Polynomfit verzichtet, wie in Gleichung 4.25 beschrieben, sondern das Q-Polynom, wie in Gleichung 4.5 beschrieben, verwendet. In Abbildung 7.8 ist die Abweichung der Asphäre vom Nulltest dargestellt. Die Koeffizienten der Asphärengleichung sind in Tabelle A.2 enthalten. Die Position wurde ursprünglich so gewählt, dass eine größere Apertur gemessen werden kann, welche aber über die spezifizierte freie Apertur hinausgeht.

Daher ließ sich durch Verschieben der Asphäre entlang der optischen Achse eine Messposition mit geringerer Streifendichte innerhalb der freien Apertur erreichen.

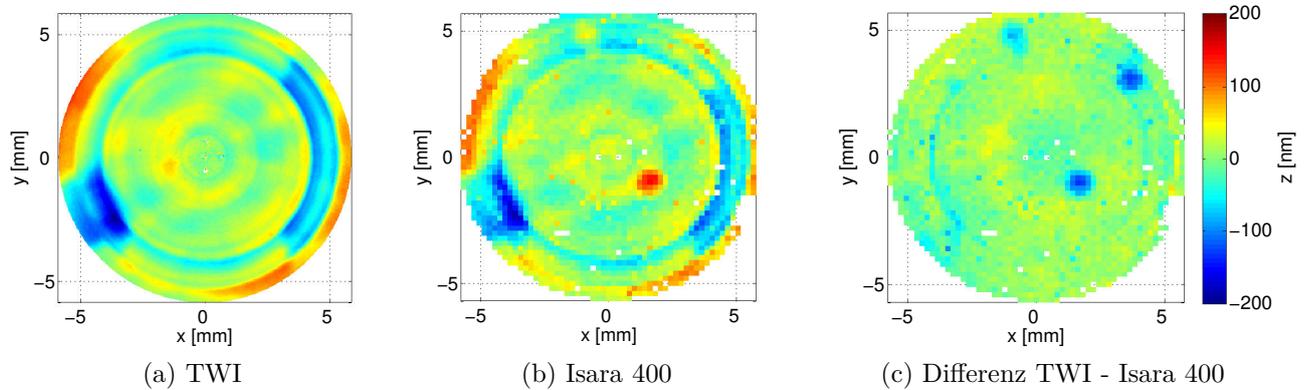


Abbildung 7.9.: Messung einer schwachen Asphäre mit einer Abweichung von $2\mu\text{m}$ von der bestpassenden Kugel. Das TWI benötigt hierfür nur die zentrale Quelle. (a) Messung des TWI; (b) Messung einer taktilen CMM Isara 400. (c) Differenz der Messergebnisse. Die Ausreißer im Differenzplot entstehen durch Verunreinigungen mit Staub, welche während der taktilen Messung vorhanden waren. (Vielen Dank an IBS Precision Engineering für die Bereitstellung der Messergebnisse)

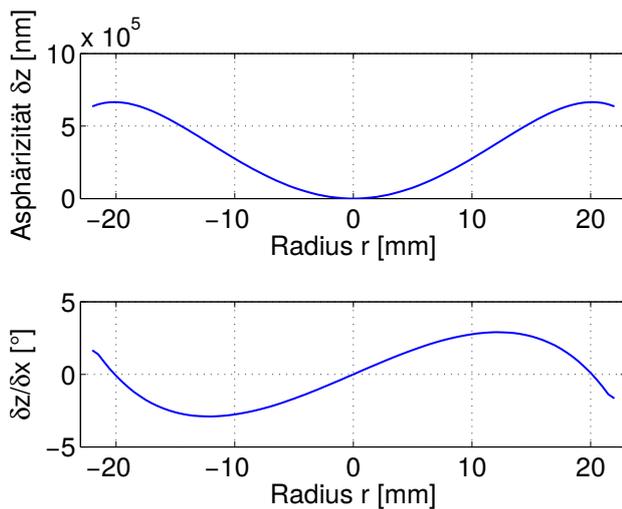
In Abbildung 7.9a ist das Messergebnis des TWI dargestellt. In Abbildung 7.9b ist eine Vergleichsmessung der selben Asphäre dargestellt, welche auf einer taktilen CMM Isara 400 von IBS Precision Engineering erstellt wurde. Die Absolutgenauigkeit der CMM ist mit 10 nm spezifiziert [133, 134]. Die Differenz der Messergebnisse (siehe Abbildung 7.9) liegt unter 100 nm PV (die kugelförmigen Artefakte in der taktilen Messung entstehen durch Staubkörner auf der Messspitze und wurden bei der Berechnung dieser Werte maskiert). Die Messergebnisse wurden im Rahmen eines Round-Robin Experiments durchgeführt und basieren auf einem älteren Stand der Kalibrierung, bei welchem nur eine Kalibrierkugel verwendet wurde⁸, sodass bei einer Wiederholung der Messung mit der aktuellen Kalibrierung geringere Abweichungen zu erwarten sind.

⁸siehe Kapitel

7.3. Messung einer starken Asphäre

7.3.1. Wiederholbarkeit einer Asphärenmessung mit Justagefehlern

Um die Übertragbarkeit der in Kapitel 7.3.1 untersuchten Einflüsse von Justagefehlern auf die Vermessung von Asphären zu überprüfen, wurde das Experiment wiederholt, wobei anstelle der Kugel eine Asphäre als Prüfling verwendet wurde. Die Asphäre wurde in der nominellen Messposition sowie um $10\ \mu\text{m}$ in v -Richtung und $10\ \mu\text{m}$ in w -Richtung dejustiert vermessen. Die Abweichung der Asphäre von der bestpassenden Kugel ist in Abbildung 7.10a dargestellt. Die maximale Abweichung von der bestpassenden Kugel beträgt ca. $650\ \mu\text{m}$ woraus ein extremaler Gradient von ca. $\pm 3^\circ$ resultiert. Die Koeffizienten der Asphärengleichung sind in Tabelle A.3 enthalten.



(a) Asphärität und Gradient der starken Asphäre geplottet über den Radius



(b) Asphäre auf Befestigungsdorn für Spannfutter

Abbildung 7.10.: Asphärischer Prüfling

Abbildung 7.11 zeigt die Messergebnisse (oben). Die Nebenbedingungen für die Lösung des inversen Problems wurden so gewählt, dass der Fokusterm als bekannt angenommen wurde⁹. Die schaufelförmigen Vertiefungen sind MRF-Footprints [89], welche absichtlich auf die Oberfläche aufgebracht wurden, um markante Oberflächenstrukturen zu erzeugen. Die Differenzen zwischen der dejustierten Messungen und der Messung an der nominellen Messposition sind ebenfalls dargestellt (unten). In den Differenzplots ist zu erkennen, dass die Wiederholbarkeit der Messung mit Ausnahme einiger Ausreißer in der Größenordnung von $30\ \text{nm}$ liegt. Dieser Wert ist etwas größer als bei der Messung der Kugel an dejustierten Messpositionen.

⁹siehe Kapitel 5.3.1

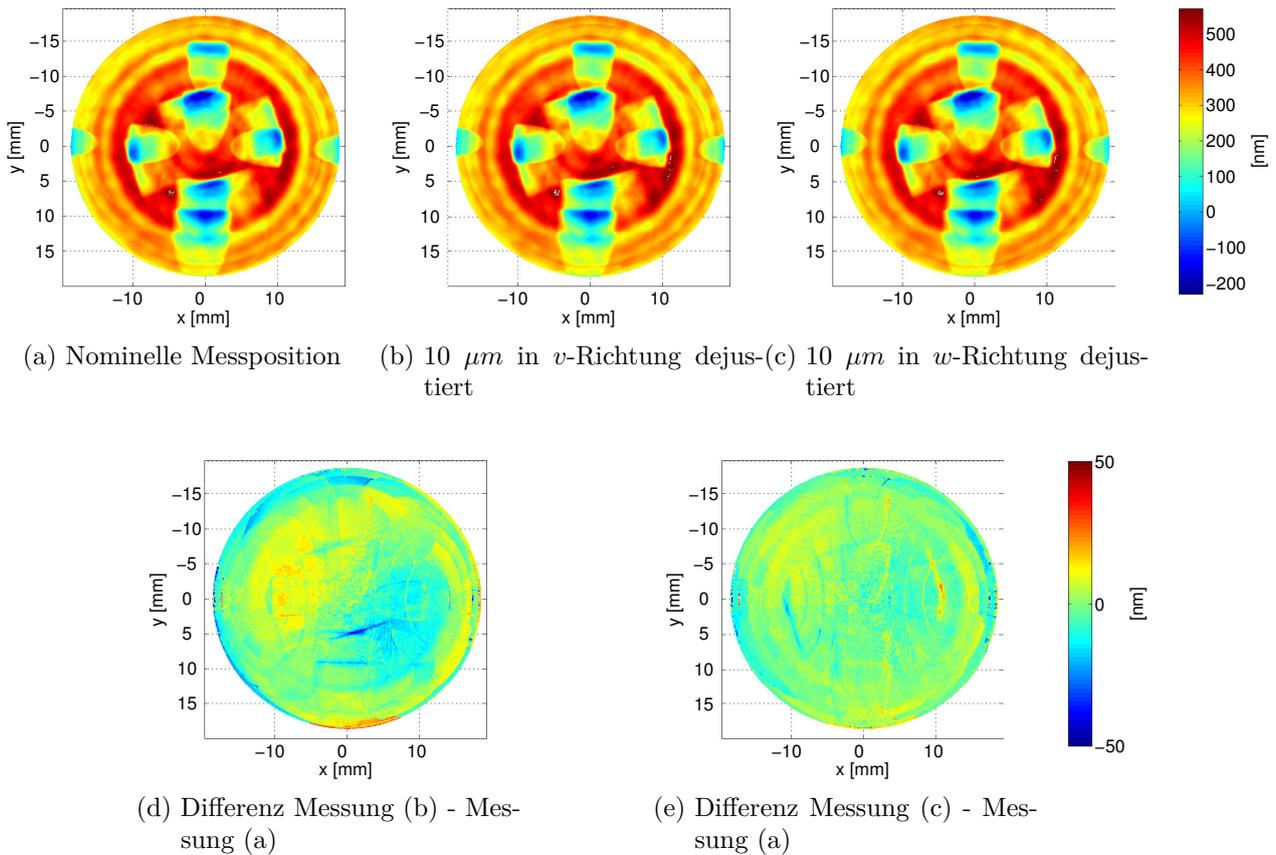


Abbildung 7.11.: Messergebnisse von Asphärenmessungen mit Justagefehlern

Ein Grund für die erhöhte Differenz im Vergleich zur Kugelmessung ist, dass die Oberfläche deutlich größere Abweichungen von der nominellen Prüflingsform aufweist (ca. 800 nm im Vergleich zu 16 nm bei der Kugelmessung). Dies hat zur Folge, dass beim Bilden der Differenz durch Shear-Effekte große Differenzen an steilen Flanken auf der Prüflingsoberfläche auftreten können, was die Ausreißer erklären kann. Beim Betrachten der Differenzplots fällt zusätzlich auf, dass die Differenz besonders im ersten Fall einen Komaterm enthält. Dieser lässt sich durch eine Starrkörperbewegung des Messergebnisses größtenteils eliminieren. Der Fehler entsteht aus unterschiedlichen Ergebnissen bei der Berechnung der Prüflingsorientierung¹⁰ in den beiden Messpositionen, welche durch die Ausreißer an den Flanken verursacht werden und ließe sich somit über externe Referenzmarken auf der Oberfläche eliminieren.

¹⁰siehe Kapitel 5.5

7.3.2. Vergleichsmessungen einer starken Asphäre

In einem internen Round-Robin Experiment, welches im Rahmen eines Projekts durchgeführt wurde, wurde die steile Asphäre mit dem TWI, einem Zygo Verifire® Asphere¹¹ [66] sowie einer taktilen Panasonic UA3P CMM vermessen. Um die Ergebnisse vergleichen zu können, wurde bei allen drei Messungen der Fokusterm aus dem Ergebnis subtrahiert. Des Weiteren wurde die Rotation um die z -Achse sowie die Translation des Koordinatensystem aller drei Messungen auf das Koordinatensystem der Zygo Messung angepasst. Da alle drei Messungen eine unterschiedliche Anzahl und Lage an Messpunkten aufweisen, wurden für die Differenzplots die Daten aller Messungen auf das Punkteraster der Zygo Messung interpoliert.

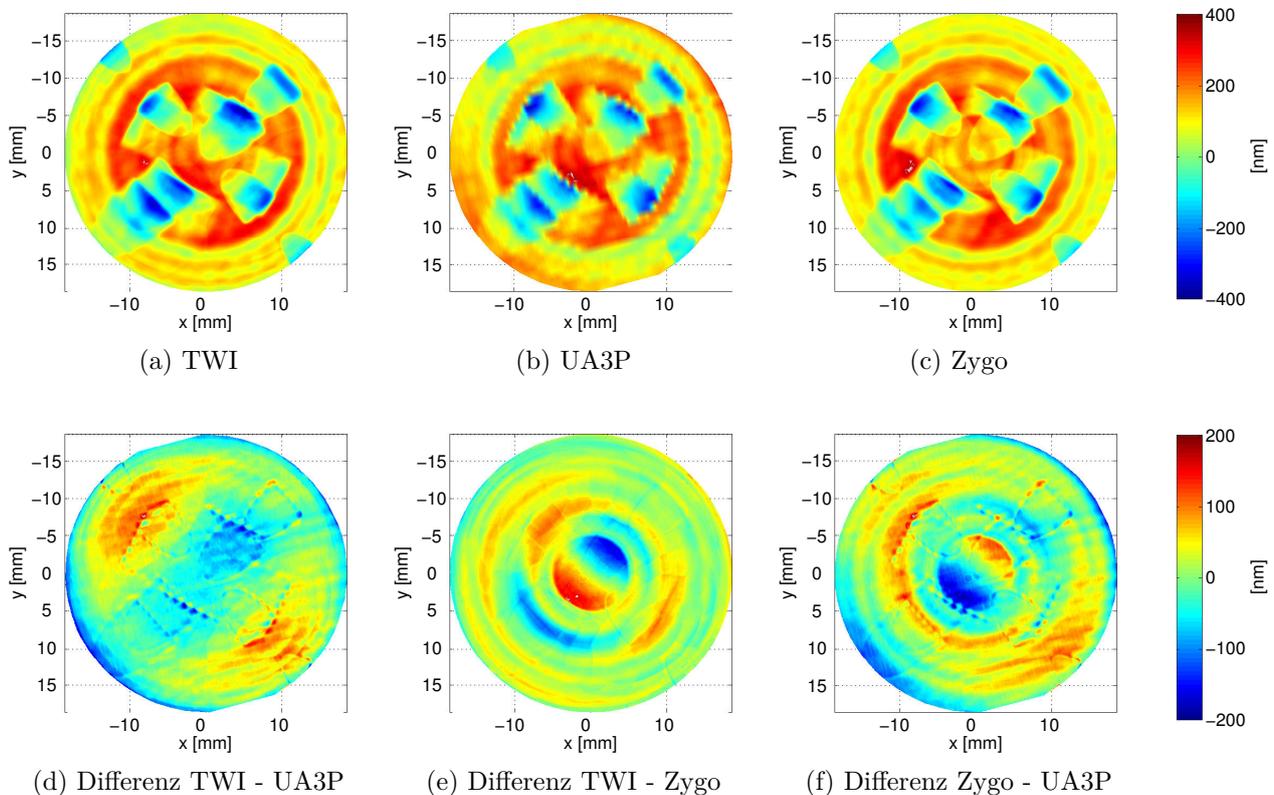


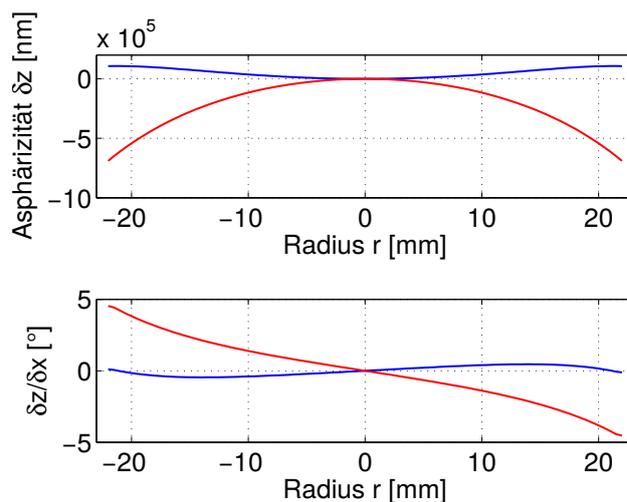
Abbildung 7.12.: Vergleichsmessungen einer steilen Asphäre mit einer Abweichung von $6^\circ PV$ von der bestpassenden Kugel. Der Fokusterm wurde bei allen drei Messungen abgezogen. (a) Messung des TWI; (b) Messung einer taktilen Panasonic UA3P Koordinatenmessmaschine; (c) Messung eines Zygo Verifire® Asphere. In der zweiten Zeile ist jeweils die Differenz zweier Messergebnisse dargestellt. (d) TWI - UA3P (Die Daten der UA3P Messung wurden auf das Raster der TWI Daten interpoliert); (e) TWI - Zygo (Die Daten wurden auf das Raster der TWI Daten interpoliert); (f) Zygo - UA3P (Die Daten wurden auf das Raster der Zygo Messung interpoliert)

¹¹siehe Kapitel 2.3.3

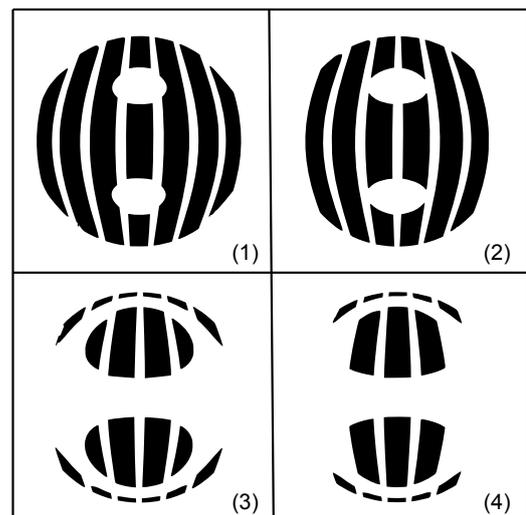
Die MRF-Footprints auf der Oberfläche der Asphäre, welche eine Tiefe von ca. 200 nm bis ca. 600 nm aufweisen, sind in allen drei Messungen deutlich zu erkennen. Auf den ersten Blick stimmen die Messergebnisse gut überein. Beim Betrachten der Differenzplots fällt jedoch auf, dass zwischen allen Ergebnissen ein deutlicher Unterschied in der Größenordnung von 300 nm PV besteht. Da die wahre Form der Fläche nicht bekannt ist, kann aus diesem Vergleich die Messabweichung der einzelnen Messgeräte nicht ermittelt werden.

7.4. Messung einer Freiformfläche

Wie in Kapitel 3.1 beschrieben, lassen sich mit dem TWI nicht nur rotationssymmetrische Asphären, sondern auch Freiformflächen vermessen. Die Justage solcher Flächen im Prüfraum kann ebenfalls automatisiert erfolgen [7, 6]. In der Algorithmik des TWI ist bis auf die Prüflingsbeschreibung keinerlei Unterscheidung zwischen rotationssymmetrischen und nicht rotationssymmetrischen Flächen implementiert, sodass die Vermessung solcher Flächen, abgesehen von der Justage im Prüfraum, keinerlei zusätzliche Herausforderung darstellt. Zur Überprüfung der Funktionalität des Verfahrens in Bezug auf die Vermessung von Freiformflächen wurde eine solche Fläche im TWI vermessen. Die Fläche weist einen starken Astigmatismus von ca. $800\text{ }\mu\text{m}$ auf und wurde mittels Diamantdrehen hergestellt [127]. Die Koeffizienten der polynomialen Prüflingsbeschreibung sind in Tabelle A.4 enthalten. Abbildung 7.14 zeigt die Gemessene Phase modulo 2π in der ersten Position des Blendenarrays.



(a) Abweichung der Freiformfläche von der Wellenfront der Zentralen Quelle in der Messposition



(b) Resultierende Patchverteilung auf der Kamera mit Blendenarray in Position 1 bis 4

Abbildung 7.13.

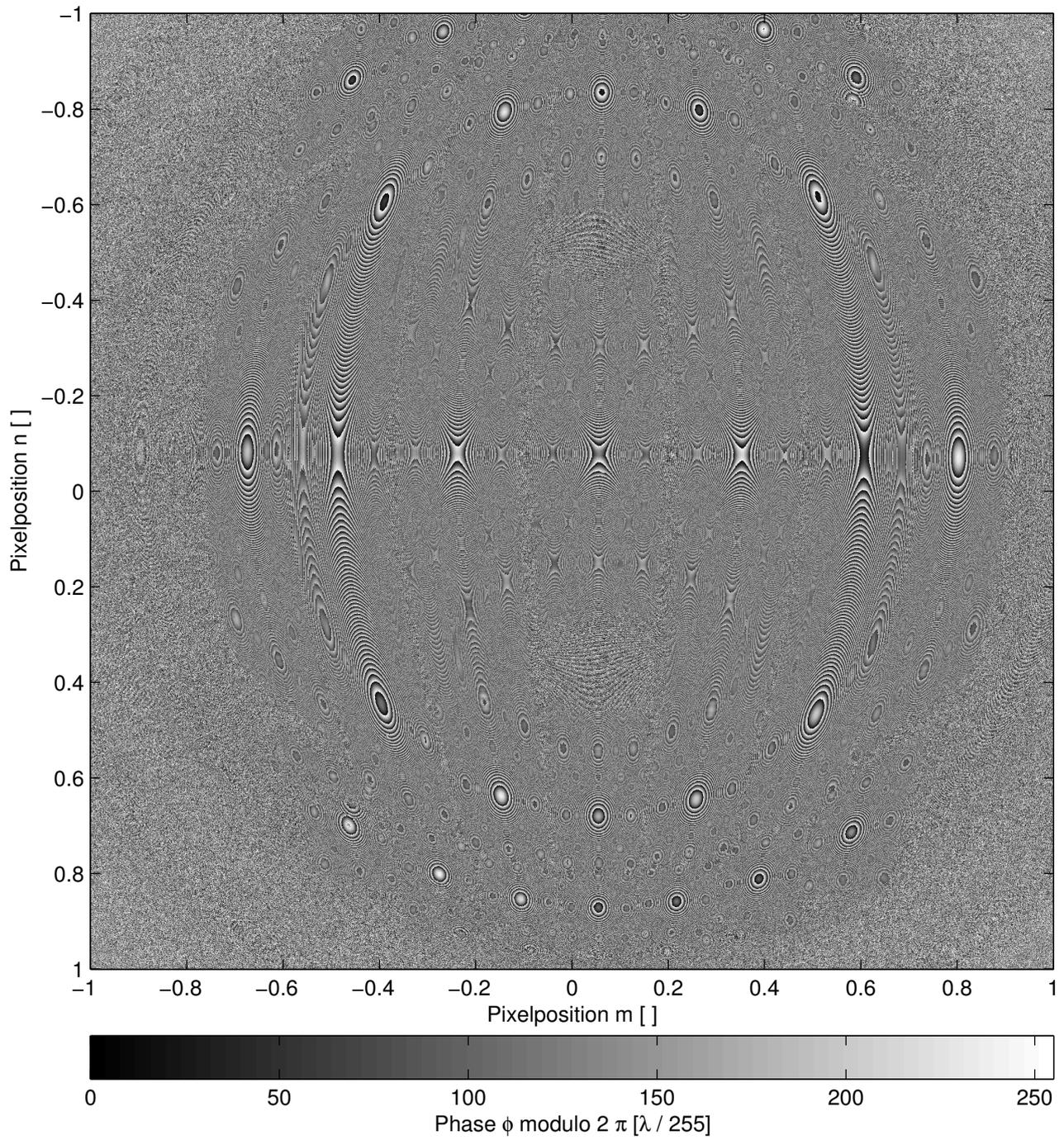


Abbildung 7.14.: Gemessene Phase ϕ modulo 2π in der ersten Blendenposition des Blendenarrays bei der Messung der Freiformfläche

Die Fläche besteht aus Aluminium, welches bei der verwendeten Wellenlänge eine Reflektivität von über 90% aufweist. Hierdurch entsteht im Vergleich zur Vermessung von unbeschichteten Glasflächen mit einer Reflektivität von ca. 4% eine stark erhöhte Intensität der reflektierten Wellenfronten. Um einen optimalen Kontrast der Interferogramme auf der Kamera zu erreichen, muss die Intensität der Referenzwellenfront bei der Messung solcher Flächen angeglichen werden, was über eine Drehung des $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchens¹² erfolgen kann.

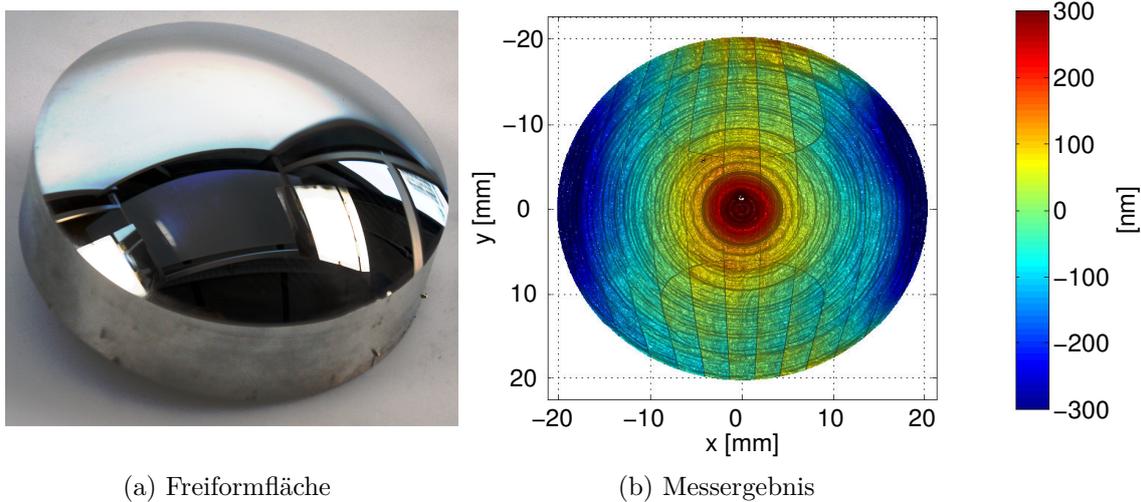


Abbildung 7.15.: Fotografie und rekonstruierte Form der Freiformfläche. Die Oberfläche wurde mittels Diamantdrehen hergestellt. Im Messergebnis sind die Bearbeitungsspuren deutlich sichtbar. (Zur besseren Visualisierung der hochfrequenten Oberflächenstrukturen wurde das Messergebnis mit Schattenwurf gerendert)

In Abbildung 7.15 ist das Messergebnis der Freiformfläche zu sehen. Der Defokusterm wurde aus dem Messergebnis subtrahiert. Die im Messergebnis sichtbaren Kanten mit einer Höhe von weniger nm sind Artefakte der Berechnung des hochfrequenten Fehlers an den Patchrändern, welche auf über die Kalibrierung nicht erklärable Aberrationen im System hindeuten. Dieser Effekt ist bei großen Patches, wie sie bei der Freiformmessung enthalten sind, deutlich sichtbar. Die Werkzeugspuren des Diamantwerkzeugs mit einer Tiefe im einstelligen nm -Bereich sind in der Messung deutlich sichtbar. Zusätzlich ist eine zentrale Vertiefung in der Fläche zu sehen, wie sie durch die Singularität des Drehprozesses nahe der Drehachse entstehen kann. Die gemessene Abweichung der Fläche von ihrer nominellen Form beträgt ca. $600 nm$.

¹²siehe Abbildung 3.1

8. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden Methoden untersucht, rotationssymmetrische Asphären und nicht rotationssymmetrische Freiformflächen im Nicht-Nulltest zu vermessen. Die Grundlage dazu bildeten Arbeiten zum TWI, welche im Rahmen früherer Projekte am Institut bearbeitet wurden [70, 71]. Es wurde ein optimiertes Optikdesign entworfen, welches mehrere Vorteile gegenüber dem bisherigen Aufbau aufweist. Neben einem verringerten Bauraum sowie verbesserter Stabilität können damit parasitäre Reflexe vermieden werden, welche im bisherigen Design ein Problem darstellten. Zur Erweiterung der Flexibilität in Bezug auf unterschiedliche Radien der bestpassenden Kugel von Prüflingen wurden vier Interferometerobjektive entworfen und von externen Firmen gefertigt, womit ein Radienbereich von ca. 5 mm bis hin zu 250 mm abgedeckt werden kann.

Der Schwerpunkt der Arbeit lag in der Verbesserung der Kalibrierung. Es konnten einige wichtige Parameter bestimmt werden, welche für eine erfolgreiche Kalibrierung notwendig sind. Hierzu gehört die Abdeckung der Blackboxpolynomräume, die geeignete Wahl der Nebenbedingungen für die Definition des Koordinatensystems sowie Methoden, lineare Abhängigkeiten der Lösungsparameter zu beseitigen. Durch diese Neuerungen konnte der Fehler, welcher bei der Rekonstruktion der Wellenfronten entsteht, um mehrere Größenordnungen verringert werden. Durch die deutlich erhöhte Genauigkeit eröffnen sich neue Anwendungsgebiete für das Verfahren im Bereich der Herstellung hochpräziser Optiken. Zusätzlich wurde aufgezeigt, wie sich die Methode der Kalibrierung auf andere Nicht-Null-Interferometer übertragen lässt. Hierdurch lassen sich leichte Asphären und Freiformflächen mit herkömmlichen flächenhaft messenden Interferometern im Nicht-Nulltest vermessen, ohne dass die Ergebnisse aufgrund von Retracefehlern verfälscht werden. Es wurde eine Erweiterung der Kalibrierung entwickelt, die die Verschiebung der Kamera, welche zum Nachfokussieren notwendig ist, einbezieht. Dadurch kann auf eine Neukalibrierung nach Verfahren der Kamera verzichtet werden. Die für die Bestimmung der Kameraverschiebung integrierten Referenzelemente können außerdem genutzt werden, um den Kalibrierzustand des Interferometers während einer Messung zu bestimmen. Zur Kalibrierung ebener Wellenfronten wurde eine Methode aufgezeigt, welche es ermöglicht, das vorhandene Blackboxmodell auf ein Interferometer ohne Objektiv zu übertragen. Hierdurch können ne-

ben Prüflingen mit Grundkrümmung auch solche ohne Grundkrümmung, wie Schmidt-Platten, vermessen werden, was die Flexibilität des Verfahrens weiter erhöht.

Neben den Optimierungen des bestehenden Verfahrens, welches auf einem Twyman-Green-Interferometer basiert, wurde ein neuartiges TWI-Konzept erarbeitet, bei welchem die Referenzwellenfront über ein Fizeau-Objektiv generiert wird. Der Vorteil einer Fizeau-Anordnung ist, dass sich aufgrund der ähnlichen Wege von Strahlen der Referenz- und Prüfwellenfront durch das Interferometer Aberrationen im System teilweise kompensieren, was zu einer vereinfachten Kalibrierung führt. Zusätzlich haben auch dynamische Effekte, wie thermische Drift der Komponenten oder Indexschwankungen der Luft, eine geringere Auswirkung auf die Stabilität der Wellenfronten. Ein weiterer Vorteil der Fizeau-Anordnung ist, dass kommerziell verfügbare Fizeau-Objektive verwendet werden können, sodass auf kostenintensive Eigenentwicklungen verzichtet werden kann.

Ein weiteres Themengebiet der Arbeit lag in der Verbesserung der Messauswertung. Eine Grundvoraussetzung für jede Messung ist die Justage des Prüflings im Prüfraum. Das Verfahren, dass für die Justage von Asphären im Prüfraum verwendet wird, konnte auf nicht rotationssymmetrische Freiformflächen erweitert werden. Zusätzlich zu diesen Justageverfahren wurde ein Algorithmus entwickelt, um den Messfehler, der durch einen Justagefehler des Prüflings im Prüfraum entsteht, aus dem Messergebnis zu eliminieren. Hierdurch wird die Anforderung an die Genauigkeit der Prüflingsjustage stark verringert und die Verwendung einer kostengünstigeren Kinematik sowie eine genauere Rekonstruktion der Prüflingsform möglich. Ein Algorithmus für die Berechnung des relativen Offset zwischen verschiedenen Patches wurde entwickelt. Hierdurch kann neben dem polynomialen Fehler auch der nicht durch Polynome beschreibbare höherfrequente Oberflächenfehler eines Prüflings rekonstruiert werden, ohne dass dabei Artefakte aus der Patchverteilung im Messergebnis entstehen. Zusätzlich wurde die Algorithmik zur Messauswertung auf Freiformflächen erweitert.

Um das komplexe Verfahren besser verstehen zu können, wurde eine Simulationsumgebung implementiert, mit der eine vollständige Kalibrierung und Messauswertung an einem virtuellen Interferometer simuliert werden kann. Die Einflüsse unterschiedlicher Konfigurationen und Algorithmen auf die Rekonstruktion der Wellenfronten in der Kalibrierung und auf die Rekonstruktion der Prüflingsform in der Messauswertung wurden untersucht. Zusätzlich zu dieser Funktion als Werkzeug zur Fehlersuche und Prüfstand, wurde die Simulationsumgebung auch genutzt, um mittels Monte-Carlo-Simulationen die Einflüsse unterschiedlicher Fehler auf die Rekonstruktion der Messwerte zu untersuchen. Zusätzlich konnte mit der Simulationsumgebung eine Abschätzung für die Messunsicherheit des Laboraufbaus bestimmt werden.

Neben den Optimierungen an der Algorithmik, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein TWI im Labor aufgebaut. Der Aufbau basiert auf einem Makrobank-Baukastensystem, welches durch einige selbst konstruierte Bauteile erweitert wurde. Für den Betrieb wurden die benötigten Sensoren und Aktuatoren, für die noch keine Plugins verfügbar waren, in die Messsoftware itom integriert.

Mit dem Laboraufbau wurden mehrere experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Dazu zählten Messungen an Asphären sowie Messungen an Sphären, welche dazu dienten, die Messabweichung des Verfahrens experimentell abzuschätzen. Zusätzlich konnten im Rahmen dieser Arbeit am Laboraufbau erstmals Messungen an nicht rotationssymmetrischen Freiformflächen durchgeführt werden.

Basierend auf dem aktuellen Stand, bietet sich ein großes Potential für zukünftige Forschungsarbeiten. Für eine zuverlässigere Abschätzung der Messunsicherheit kann die Simulationsumgebung erweitert werden, sodass auch die bisher nicht berücksichtigten Fehlergrößen im Modell enthalten sind. Die Ergebnisse können als Grundlage für Arbeiten zur weiteren Reduzierung der Messunsicherheit dienen. Des Weiteren können die vorgestellten Neuerungen, wie die Verwendung der Fizeau-Referenz erprobt werden, wodurch sich die Messunsicherheit weiter reduzieren lässt. Hierdurch lassen sich neue Anwendungsgebiete im Bereich hochgenauer Optiken erschließen. Durch die erweiterte Kalibrierung zur Erfassung der Kameraverschiebung sowie die Kalibrierung ebener Wellenfronten kann die Flexibilität des Verfahrens weiter erhöht werden.

A. Koeffizienten der verwendeten Prüflinge

Die Beschreibung der Form von Asphären erfolgt meist über die Asphärengleichung. Die Pfeilhöhe wird in kartesischen Koordinaten mit $h = \sqrt{x^2 + y^2}$ über

$$z(h) = \frac{h^2/r}{1 + \sqrt{1 - (1+k)(h^2/r^2)}} + A_4h^4 + A_6h^6 + A_8h^8 \dots \quad (\text{A.1})$$

beschrieben, wobei der Bruchterm einen Kegelschnitt mit Radius R und konischer Konstante k darstellt, zu dem weitere gerade Polynome mit Koeffizienten A_n addiert werden. A_2 wird nicht verwendet, da dieser Term bereits über den Kegelschnitt beschrieben ist. In den Datenblättern mancher Asphärenhersteller wird dieser überflüssige Term aber dennoch verwendet.

Die Beschreibung der Freiformflächen erfolgt in dieser Arbeit über eine abgewandelte Asphärengleichung, bei welcher auch xy-Polynome verwendet werden.

$$\begin{aligned} z(x, y) = & \frac{(x^2 + y^2)/r}{1 + \sqrt{1 - (1+k)((x^2 + y^2)/r^2)}} \\ & + A_3x^2 + A_5y^2 + A_{10}x^4 + A_{12}x^2y^2 + A_{14}y^4 \\ & + A_{21}x^6 + A_{23}x^4y^2 + A_{25}x^2y^4 + A_{27}y^6 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Im Folgenden sind die Koeffizienten der in dieser Arbeit vermessenen und für die Simulation verwendeten Prüflinge enthalten. Alle nicht gelisteten Koeffizienten sind Null:

Freie Apertur	22,0mm
r	40,143

Tabelle A.1.: Sphäre $r = 40.143 \text{ mm}$

Freie Apertur	6,0 <i>mm</i>
r	22,45
k	-1
A_4	$7.29314 * 10^{-6}$
A_6	$4.52097 * 10^{-9}$
A_8	$-1.06127 * 10^{-11}$
A_{10}	$9.88735 * 10^{-15}$

Tabelle A.2.: Schwache Asphäre

Freie Apertur	22,0 <i>mm</i>
r	34,322
k	$-9.2582 * 10^{-2}$
A_4	$-4.851391 * 10^{-6}$
A_6	$6.673651 * 10^{-10}$
A_8	$-5.226474 * 10^{-12}$
A_{10}	$2.580481 * 10^{-15}$

Tabelle A.3.: Steile Asphäre

Freie Apertur	22,0 <i>mm</i>
r	52,0
k	0
A_3	$7,3469388 * 10^{-04}$
A_5	$2,2346939 * 10^{-3}$
A_{10}	$1,7615577 * 10^{-7}$
A_{12}	$-4,7688463 * 10^{-8}$
A_{14}	$4,7615577 * 10^{-7}$
A_{21}	$-1,3 * 10^{-10}$
A_{23}	$-5,0 * 10^{-10}$
A_{25}	$-5,0 * 10^{-10}$
A_{27}	$-4,851391 * 10^{-06}$

Tabelle A.4.: Freiformfläche

Literaturverzeichnis

- [1] ALLEN, L. N. ; ROMIG, H. W.: Demonstration of an ion-figuring process. In: *Proc. SPIE 1333, Advanced Optical Manufacturing and Testing* Bd. 1333, 1990, S. 22–33
- [2] ALLIED VISION: *AVT Pike F-421*. <https://www.alliedvision.com/en/products/cameras/detail/f-421.html>, 2015. – Online; abgerufen am 26.08.2015
- [3] ARDUINO LLC: *Arduino Uno*. <https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardUno>, 2015. – Online; abgerufen am 26.08.2015
- [4] BAER, G. ; GARBUSI, E. ; LYDA, W. ; OSTEN, W.: Automated surface positioning for a non-null test interferometer. In: *Optical Engineering* 49 (2010), Nr. 9, S. 095602–095602–12. ISBN 0091–3286
- [5] BAER, G. ; GARBUSI, E. ; LYDA, W. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Automated alignment of aspheric and freeform surfaces in a non-null test interferometer. In: *Proc. SPIE* Bd. 8082, 2011, S. 80821L–80821L–9
- [6] BAER, G. ; OSTEN, W.: Justage einer zu prüfenden optischen Fläche in einer Prüfvorrichtung, German Patent DE 10 2011 102 196.9. (2011)
- [7] BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Correction of misalignment introduced aberration in non-null test measurements of free-form surfaces. In: *JEOS:RP* 8 (2013)
- [8] BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; PRUSS, C. ; SIEPMANN, J. ; OSTEN, W.: Calibration of a non-null test interferometer for the measurement of aspheres and free-form surfaces. In: *Opt. Express* 22 (2014), Nr. 25, S. 31200–31211
- [9] BAER, G. ; SCHINDLER, J. ; SIEPMANN, J. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W. ; SCHULZ, M.: Measurement of aspheres and free-form surfaces in a non-null test interferometer: reconstruction of high-frequency errors. In: *Proc. SPIE* Bd. 8788, 2013, S. 878818–878818–7
- [10] BERGER, G. ; PETTER, J.: Non-contact metrology of aspheric surfaces based on MWLI technology. In: *Proc. SPIE* Bd. 8884, 2013, S. 88840V–88840V–8

- [11] BEUTLER, A.: New metrology approach for the production of aspheric lenses. In: *Proc. SPIE* Bd. 7389, 2009, S. 738918–738918–6
- [12] BEUTLER, A.: 3D profilometry on aspheric and freeform lenses. In: *Proc. SPIE* Bd. 8082, 2011, S. 80821J–80821J–6
- [13] BEUTLER, A.: Freeform Measurements with Tactile and Optical Sensors on a Cylinder Coordinate Measuring Instrument. In: *Proceedings to ASPE/ASPEN Summer Topical Meeting*, 2014, S. 67–71
- [14] BRAUNECKER, B. ; HENTSCHEL, R. ; TIZIANI, H. J.: *Advanced Optics Using Aspherical Elements*. SPIE Press Monograph PM173, 2008
- [15] BUCHDAHL, H. A.: *An Introduction to Hamiltonian Optics*. Cambridge University Press, 1970. – 8–12 S.
- [16] CACACE, L.A.: *An Optical Distance Sensor: Tilt robust differential confocal measurement with mm range and nm uncertainty*, Technische Universiteit Eindhoven, Diss., 2009
- [17] CALVETTI, D. ; REICHEL, L. ; SHUIBI, A.: L-Curve and Curvature Bounds for Tikhonov Regularization. In: *Numerical Algorithms* 35 (2004), Nr. 2-4, S. 301–314. – ISSN 1017–1398
- [18] CARBONE, F. A. ; MARKLE, D. A.: Combining ion figuring and SPSI testing to produce a high-quality aspheric 18-inch-diameter f/2 mirror. In: *Proc. SPIE 2536, Optical Manufacturing and Testing* Bd. 2536, 1995, S. 89–98
- [19] DEVRIES, G. M. ; FLEIG, J. F. ; MURPHY, P. E.: Challenges with Interferometric Non-null Measurements. In: *Frontiers in Optics*, Optical Society of America, 2006, S. OFWD5
- [20] Norm DIN ISO 10110 2015. *Optik und Photonik - Erstellung von Zeichnungen für optische Elemente und Systeme - Teil 12: Asphärische Oberflächen*
- [21] DÖRBAND, B. ; TIZIANI, H. J.: Testing aspheric surfaces with computer-generated holograms: analysis of adjustment and shape errors. In: *Appl. Optics* 24 (1985), S. 2604–2611
- [22] EVANS, C. J. ; BRYAN, J. B.: Compensation for errors introduced by nonzero fringe sensitivities in phase-measuring interferometers. In: *CIRP Annals Manufacturing Technology* 42(1) (1993), S. 577–580

-
- [23] FLEIG, J. ; DUMAS, P. ; MURPHY, P. E. ; FORBES, G. W.: An automated subaperture stitching interferometer workstation for spherical and aspherical surfaces. In: *Proc. SPIE 5188, Advanced Characterization Techniques for Optics, Semiconductors, and Nanotechnologies* Bd. 5188, 2003, S. 296–307
- [24] FLEIG, J. F. ; MURPHY, P. E.: Measuring a Nanometer-Precision Asphere with Subaperture Stitching Interferometry. In: *Frontiers in Optics*, Optical Society of America, 2006, S. OFTuA6
- [25] FORBES, G.: Better Ways to Specify Aspheric Shapes Can Facilitate Design, Fabrication and Testing Alike. In: *International Optical Design Conference and Optical Fabrication and Testing*, Optical Society of America, 2010, S. JMA1
- [26] FORBES, G. W.: Characterizing the shape of freeform optics. In: *Opt. Express* 20 (2012), Nr. 3, S. 2483–2499
- [27] FORBES, G. W. ; MENKE, C.: Optical design with orthogonal surface descriptions. In: *Proc. SPIE* Bd. 8884, 2013, S. 88841C–88841C–9
- [28] FORTMEIER, I.: *Zur Optimierung von Auswerteverfahren für Tilted-Wave Interferometer*, Universität Stuttgart, Diss., 2016
- [29] FORTMEIER, I. ; STAVRIDIS, M. ; WIEGMANN, A. ; SCHULZ, G. ; BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W. ; ELSTER, C.: Sensitivity analysis of tilted-wave interferometer asphere measurements using virtual experiments. In: *Proc. SPIE* Bd. 8789, 2013, S. 878907–878907–12
- [30] FORTMEIER, I. ; STAVRIDIS, M. ; WIEGMANN, A. ; SCHULZ, M. ; OSTEN, W. ; ELSTER, C.: Analytical Jacobian and its application to tilted-wave interferometry. In: *Opt. Express* 22 (2014), Nr. 18, S. 21313–21325
- [31] *Kapitel Results of a Sensitivity Analysis for the Tilted-Wave Interferometer*. In: FORTMEIER, I. ; STAVRIDIS, Manuel ; WIEGMANN, Axel ; SCHULZ, Michael ; BAER, Goran B. ; PRUSS, Christof ; OSTEN, Wolfgang ; ELSTER, Clemens: *Fringe 2013: 7th International Workshop on Advanced Optical Imaging and Metrology*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014. – ISBN 978–3–642–36359–7, 701–706
- [32] GAPPINGER, R. O. ; GREIVENKAMP, J. E.: Iterative reverse optimization procedure for calibration of aspheric wave-front measurements on a nonnull interferometer. In: *Appl. Opt.* 43 (2004), Nr. 27, S. 5152–5161
- [33] GARBUSI, E.: *Quellcode der TWI Software*. 2010

- [34] GARBUSI, E. ; BAER, G. ; OSTEN, W.: Advanced studies on the measurement of aspheres and freeform surfaces with the tilted-wave interferometer. In: *Proc. SPIE 8082, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VII* Bd. 8082, 2011, S. 80821F–80821F–11
- [35] GARBUSI, E. ; BAER, G. ; OSTEN, W.: Advanced studies on the measurement of aspheres and freeform surfaces with the tilted-wave interferometer. In: *Proc. SPIE* Bd. 8082, 2011, S. 80821F–80821F–11
- [36] GARBUSI, E. ; BAER, G. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Rapid and flexible measurement of precision aspheres. In: OSTEN, W. (Hrsg.): *Proceedings to Fringe 2009: 6th International Workshop of Advanced Optical Metrology*, Springer, 2009, S. 117–156
- [37] GARBUSI, E. ; OSTEN, W.: Perturbation methods in optics: application to the interferometric measurement of surfaces. In: *JOSA A* 26 (2009), S. 2538–2549
- [38] GARBUSI, E. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Interferometer for precise and flexible asphere testing. In: *Opt. Lett.* 33 (2008), S. 2973–2975
- [39] GARDNER, N. ; DAVIES, A.: Retrace error evaluation on a figure-measuring interferometer. In: *Proc. SPIE* Bd. 5869, 2005, S. 58690V–58690V–8
- [40] GOLUB, G. H. ; KAHAN, W.: Calculating the Singular Values and Pseudoinverse of a Matrix. In: *SIAM J. Numer. Anal., Ser. B* 2 (1965), S. 205–224
- [41] GOODMAN, J. W.: *Introduction to Fourier Optics*. 3rd. McGraw-Hill, 2005
- [42] GREIVENKAMP, J. E.: Sub-Nyquist interferometry. In: *Appl. Opt.* 26 (1987), Nr. 24, S. 5245–5258
- [43] GREIVENKAMP, J. E. ; LOWMAN, A. E. ; PALUM, R. J.: Sub-Nyquist interferometry: implementation and measurement capability. In: *Optical Engineering* 35 (1996), Nr. 10, S. 2962–2969. ISBN 0091–3286
- [44] GRIESMANN, U. ; SOONS, J. ; WANG, Q. ; DEBRA, D.: Measuring form and radius of spheres with interferometry. In: *OIRP Annals - Manufacturing Technology* 53 (2004), Nr. 1, S. 451 – 454
- [45] GRONLE, M. ; LYDA, W. ; MAUCH, F. ; OSTEN, W.: Laterally chromatically dispersed, spectrally encoded interferometer. In: *Appl. Opt.* 50 (2011), S. 4574–4580
- [46] GRONLE, M. ; LYDA, W. ; WILKE, M. ; KOHLER, C. ; OSTEN, W.: itom: an open source metrology, automation, and data evaluation software. In: *Appl. Opt.* 53 (2014), Nr. 14, S. 2974–2982

-
- [47] *Kapitel 19. Das NewtonVerfahren im \mathbb{R}^4 .* In: HANKE-BOURGEOIS, M.: *Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens.* 2008
- [48] HANSEN, P. C.: The L-Curve and its Use in the Numerical Treatment of Inverse Problems. In: *in Computational Inverse Problems in Electrocardiology, ed. P. Johnston, Advances in Computational Bioengineering,* WIT Press, 2000, S. 119–142
- [49] HÄUSLER, G. ; KNAUER, M. C. ; FABER, C. ; RICHTER, C. ; PETERHÄNSEL, S. ; KRANITZKY, C. ; VEIT, K.: Deflectometry Challenges Interferometry: 3-D-Metrology from Nanometer to Meter. In: *Advances in Imaging,* Optical Society of America, 2009, S. DMC4
- [50] HAUSOTTE, T.: *Nanopositionier- und Nanomessmaschine,* Technische Universität Ilmenau, Diss., 2002
- [51] HENSELMANS, R. ; GUBBELS, G. ; DRUNEN, C. van: Nanometer Accuracy Non-contact Measurement of Free-form Optical Surfaces. In: *International Optical Design Conference and Optical Fabrication and Testing,* ASPE, 2004, S. JMB47P
- [52] HENSELMANS, R. ; GUBBELS, G. ; DRUNEN, C. van: Application of the NANOMEFOS Non-contact Measurement Machine in Asphere and Freeform Optics Production. In: *International Optical Design Conference and Optical Fabrication and Testing,* Optical Society of America, 2010, S. JMB47P
- [53] HOFMANN, A. ; UNTERHINNINGHOFEN, J. ; RIES, H. ; KAISER, S.: Double tailoring of freeform surfaces for off-axis aplanatic systems. In: *Proc. SPIE* Bd. 8550, 2012, S. 855014–855014–8
- [54] JÄGER, G. ; MANSKE, E. ; HAUSOTTE, T. ; SCHOTT, W.: Operation and Analysis of a Nanopositioning and Nanomeasuring Machine. In: *Proceedings of 17th ASPE Annual Meeting,* 2002, S. 299–304
- [55] JCGM: *Annex D: True value, error, and uncertainty.* 2008
- [56] JCGM: *Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement.* 2008
- [57] JCGM: *Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method.* 2008
- [58] *Kapitel 2.39 calibration.* In: [59]

- [59] JCGM: *International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM)*. 2008
- [60] JENSEN, A. E.: Absolute Calibration Method for Laser Twyman–Green Wavefront Testing Interferometers. In: *JOSA* 63 (1973), S. 1313
- [61] KELLER, J. B.: Inverse problems. In: *TAm. Math. Mon.* 83 (1976), S. 107–118
- [62] KINGSLAKE, R.: The Interferometer Patterns Due to the Primary Aberrations. In: *Trans. Opt. Soc.* 27 (1925-1926), S. 94–105
- [63] KINNSTAETTER, K. ; LOHMANN, A. W. ; SCHWIDER, J. ; STREIBL, N.: Accuracy of phase shifting interferometry. In: *Appl. Opt.* 27 (1988), Dec, Nr. 24, S. 5082–5089
- [64] KNAUER, M. C. ; KAMINSKI, J. ; HAUSLER, G.: Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces. In: *Proc. SPIE* Bd. 5457, 2004, S. 366–376
- [65] KREISCHER, C. B.: Retrace error: interferometry’s dark little secret. In: *Proc. SPIE 8884, Optifab 2013* Bd. 8884, 2013, S. 88840X–88840X–12
- [66] KÜCHEL, M. F.: Interferometric measurement of rotationally symmetric aspheric surfaces. In: *Proc. SPIE 7389, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VI, 738916* Bd. 7389, 2009, S. 738916–738916–34
- [67] KUECHEL, M. F.: *New Zeiss interferometer*. 1991
- [68] LASOS LASERTECHNIK GMBH: *Lasos GLK-532*. <https://www.lasos.com/products/dpss-laser>, 2015. – Online; abgerufen am 26.08.2015
- [69] LEE, B. S. ; STRAND, T. C.: Profilometry with a coherence scanning microscope. In: *Appl. Opt.* 29 (1990), Nr. 26, S. 3784–3788
- [70] LIESENER, J.: *Zum Einsatz räumlicher Lichtmodulatoren in der interferometrischen Wellenfrontmesstechnik*, Universität Stuttgart, Diss., 2006
- [71] LIESENER, J. ; GARBUSI, E. ; PRUSS, C. ; OSTEN, W.: Verfahren und Messvorrichtung zur Vermessung einer optisch glatten Oberfläche, German Patent DE 10 2006 057 606 A1. (2006)
- [72] LIU, D. ; SHI, T. ; ZHANG, L. ; YANG, Y. ; CHONG, S. ; SHEN, Y.: Reverse optimization reconstruction of aspheric figure error in a non-null interferometer. In: *Appl. Opt.* 53 (2014), Nr. 24, S. 5538–5546

-
- [73] LIU, D. ; YANG, Y. ; TIAN, C. ; LUO, Y. ; WANG, L.: Practical methods for retrace error correction in nonnull aspheric testing. In: *Opt. Express* 17 (2009), Nr. 9, S. 7025–7035
- [74] LIU, Y. ; LAWRENCE, G. N. ; KOLIOPOULOS, C. L.: Subaperture testing of aspheres with annular zones. In: *Appl. Opt.* 27 (1988), Nr. 21, S. 4504–4513
- [75] LOWMAN, A. E. ; GREIVENKAMP, J. E.: Interferometer-induced wavefront errors when testing in a nonnull configuration. In: *Proc. SPIE 2004, Interferometry VI: Applications* Bd. 2004, 1994, S. 173–181
- [76] LOWMAN, A. E. ; GREIVENKAMP, J. E.: Interferometer errors due to the presence of fringes. In: *Appl. Opt.* 35 (1996), S. 6826–6828
- [77] LUO, Y. ; YANG, Y. ; LIU, D. ; TIAN, C. ; ZHUO, Y.: Error analysis and system optimization of non-null aspheric testing system. In: *Proc. SPIE 7656, 5th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies: Optical Test and Measurement Technology and Equipment* Bd. 7656, 2010, S. 76560N–76560N–6
- [78] MAI, T. ; BARTL, G. ; NICOLAUS, A.: Uncertainty considerations on the new Avogadro sphere interferometer. In: *Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), 2012 Conference on, 2012.* – ISSN 0589–1485, S. 474–475
- [79] MALACARA, D. (Hrsg.): *Optical Shop Testing*. 3rd. Wiley, 2007
- [80] *Kapitel 12.12 Interferometers using synthetic holograms.* In: [79]
- [81] *Kapitel 12. Testing of Aspheric Wavefronts and Surfaces.* In: [79]
- [82] *Kapitel 1.3 Fizeau Interferometer.* In: [79]
- [83] *Kapitel 2. Twyman–Green Interferometer.* In: [79]
- [84] MCGILL, R. ; TUKEY, J. W. ; LARSEN W. A.: Variations of Boxplots. In: *The American Statistician* 32.1 (1978), S. 12–16
- [85] MEDICUS, K. M. ; DEFISHER, S. ; BAUZA, M. B. ; DUMAS, P. R.: Round-Robin Measurements of a Toroidal Window. In: *Proc ASPE 28th Annual Meeting* Bd. 28, 2013, S. 92–97
- [86] MENKE, C. ; FORBES, G. W.: Optical Design with Orthogonal Freeform Representations. In: *Imaging and Applied Optics 2015*, Optical Society of America, 2015, S. FW2B.3
- [87] MOLESINI, G. ; PEDRINI, G. ; POGGI, P. ; QUERCIOLO, F.: Focus-wavelength encoded optical profilometer. In: *Opt. Commun.* 49 (2011), S. 229–233

- [88] MOORE, L. B. ; HVISC A. M. ; SASIAN J.: Aberration fields of a combination of plane symmetric systems. In: *Opt. Exp.* 16 (2008), S. 15655–15670
- [89] MURPHY, P.: Shaping weak aspheres with MRF. In: *Optical Fabrication and Testing*, Optical Society of America, 2002, S. OMB5
- [90] MURPHY, P. ; FORBES, G. ; FLEIG, J. ; DUMAS, P. ; TRICARD, M.: Stitching interferometry: a flexible solution for surface metrology. In: *Optics and Photonics News* 14 (2003), S. 38–43
- [91] MURPHY, P. E. ; BROWN, T. G. ; MOORE, D. T.: Interference imaging for aspheric surface testing. In: *Appl. Opt.* 39 (2000), Nr. 13, S. 2122–2129
- [92] MURPHY, P. E. ; BROWN, T. G. ; MOORE, D. T.: Measurement and calibration of interferometric imaging aberrations. In: *Appl. Opt.* 39 (2000), Nr. 34, S. 6421–6429
- [93] NOLL, R. J.: Zernike polynomials and atmospheric turbulence. In: *JOSA* 66 (1976), S. 207–211
- [94] NYQUIST, H.: Certain topics in telegraph transmission theory. In: *Trans. AIEE* 47 (1928), S. 617–644
- [95] ONODERA, R. I.: Fourier Description of the Phase-Measuring Process in Two-Wavelength Phase-Shifting Interferometry. In: *Opt. Com.* 137 (1997), S. 27–30
- [96] PAPASTATHOPOULOS, E. ; KÖRNER, K. ; OSTEN, W.: Chromatic confocal spectral interferometry. In: *Appl. Opt. Letters* 50 (2006), S. 8244–8252
- [97] PETZ, M. ; TUTSCH, R.: Measurement of optically effective surfaces by imaging of gratings. In: *Proc. SPIE* Bd. 5144, 2003, S. 288–294
- [98] PFUND, J. ; LINDLEIN, N. ; SCHWIDER, J.: Nonnull testing of rotationally symmetric aspheres: a systematic error assessment. In: *Appl. Opt.* 40 (2001), Nr. 4, S. 439–446
- [99] PHYSIK INSTRUMENTE (PI) GMBH & CO. KG: *Datenblatt zu H-840 6-Axis Hexapod*. http://www.physikinstrumente.com/download/H-840_UserManual_MS201E110.pdf, 2015. – Online; abgerufen am 21.08.2015
- [100] PHYSIK INSTRUMENTE (PI) GMBH & CO. KG: *H-840.Gxx 6-Axis Hexapod*. <http://www.physikinstrumente.com/product-detail-page/h-840-700810.html>, 2015. – Online; abgerufen am 11.08.2015

-
- [101] PHYSIK INSTRUMENTE (PI) GMBH & CO. KG: *S-303 Piezo-Phasenschieber*. <http://www.physikinstrumente.de/produkt-detailseite/s-303-300550.html>, 2015. – Online; abgerufen am 26.08.2015
- [102] PRUSS, C. ; BAER, G. B. ; SCHINDLER, J. ; OSTEN, W.: Flexibility and Rapid Measurement: Asphere and Freeform Metrology with Tilted Wave Interferometry. In: *Classical Optics 2014*, Optical Society of America, 2014, S. OW2B.1
- [103] PRUSS, C. ; GARBUSI, E. ; OSTEN, W.: Testing Aspheres. In: *Opt. Photon. News* 19 (2008), Nr. 4, S. 24–29
- [104] REICHELT, S. ; PRUSS, C. ; TIZIANI, H. J.: Absolute interferometric test of aspheres by use of twin computer-generated holograms. In: *Appl. Opt.* 42 (2003), Nr. 22, S. 4468–4479
- [105] SCHMIDT, B.: Ein lichtstarkes komafreies Spiegelsystem. In: *Mitteilungen der Hamburger Sternwarte in Bergedorf* 7 (1938), S. 15–17
- [106] SCHNEIDER, C.: Lasertracer - A new type of self tracking laser interferometer. In: *Proc. IWAA* Bd. 8, 2004, S. 1–6
- [107] *Kapitel 14.13.04 Subaperture Stitching*. In: [79]
- [108] *Kapitel 14.16.3 Absolute Calibration*. In: [79]
- [109] *Kapitel 14. Phase Shifting Interferometry*. In: [79]
- [110] SCHULZ, G. ; WOLF, E. (Hrsg.): *Aspheric Surfaces. Progress in Optics, Vol. XXV*. 1988
- [111] SCHUNK GMBH & CO. KG: *Hydrodehnspannfutter*. http://www.schunk.com/schunk_files/attachments/TENDO_E_Compact_DE.pdf, 2015. – Online; abgerufen am 11.08.2015
- [112] SCHWIDER, J.: Phase shifting interferometry: reference phase error reduction. In: *Appl. Opt.* 28 (1989), Sep, Nr. 18, S. 3889–3892
- [113] SELBERG, L. A.: Interferometer accuracy and precision. In: *Proc. SPIE 1400, Optical Fabrication and Testing* Bd. 1400, 1991, S. 24–32
- [114] SELBERG, L. A.: Radius measurement by interferometry. In: *Optical Engineering* 31 (1992), Nr. 9, S. 1961–1966. ISBN 0091–3286
- [115] SIEPMANN, J.: *Quellcode der TWI Software*. 2015
- [116] SNIEDER, R.: The role of nonlinearity in inverse problems. In: *Inverse Problems* 14 (1998), S. 387–404

- [117] SUPRANOWITZ, C. ; MCFEE, C. ; MURPHY, P.: Asphere metrology using variable optical null technology. In: *Proc. SPIE* Bd. 8416, 2012, S. 841604–841604–5
- [118] SZWAYKOWSKI, P. ; CASTONGUAY, R.: Measurements of aspheric surfaces. In: *Proc. SPIE 7063, Interferometry XIV: Techniques and Analysis* Bd. 7063, 2008, S. 706317–706317–9
- [119] SZWAYKOWSKI, P. ; OLSZAK, A.: Nulling Fizeau Interferometer for Aspheric Surface Measurements. In: *International Optical Design Conference and Optical Fabrication and Testing*, Optical Society of America, 2010, S. OThA3
- [120] TAKAHASHI, K.: Development of ultrawide-angle compact camera using free-form optics. In: *Optical Review* 18 (2011), Nr. 1, S. 55–59. – ISSN 1340–6000
- [121] THE MATHWORKS INC.: *Matlab version 7.11.0 (R2010b)*. 2010
- [122] THOMPSON, K. P.: Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 22 (2005), S. 1389–1401
- [123] THOMPSON, K. P.: Multinodal fifth-order optical aberrations of optical systems without rotational symmetry: spherical aberration. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 26 (2009), S. 1090–1100
- [124] TIAN, C. ; YANG, Y. ; WEI, T. ; ZHUO, Y.: Nonnull interferometer simulation for aspheric testing based on ray tracing. In: *Appl. Opt.* 50 (2011), Nr. 20, S. 3559–3569
- [125] TIKHONOV, A.N. ; GONCHARSKY, A. ; STEPANOV, V. V. ; YAGOLA, A. G.: *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*. 1995
- [126] TIZIANI, H. J. ; REICHEL, S. ; PRUSS, C. ; ROCKTAESCHEL, M. ; HOFBAUER, U.: Testing of aspheric surfaces. In: *Proc. SPIE* Bd. 4440, 2001, S. 109–119
- [127] TOHME, Y.: Trends in Ultra-Precision Machining of Freeform Optical Surfaces. In: *Frontiers in Optics 2008/Laser Science XXIV/Plasmonics and Metamaterials/Optical Fabrication and Testing*, Optical Society of America, 2008, S. OThC6
- [128] TRAMPERT, J. ; SNIEDER, R.: Model Estimations Biased by Truncated Expansions: Possible Artifacts in Seismic Tomography. In: *Science* 271 (1996), S. 1257–1260
- [129] TRICARD, M.: Subapertur-Stitching-Interferometrie: Messtechnik für die Asphären-Präzisionsfertigung. In: *Optics and Photonics News* 6 (2008), S. 38–41
- [130] TWYMAN, F. ; GREEN, A.: Improvements in Finishing Prisms or Lenses or Combinations of the same and in Apparatus therefor, Patent GB103832. (1917)

-
- [131] ULRICH, W. ; BEIERSDOERFER, S. ; MANN, H.: Trends in optical design of projection lenses for UV and EUV lithography. In: *Proc. SPIE* Bd. 4146, 2000, S. 13–24
- [132] WANG, J. Y. ; SILVA, D. E.: Wave-front interpretation with Zernike polynomials. In: *Applied Optics* 19 (1980), S. 1510–1518
- [133] WIDDERSHOVEN, I. ; BAAS, M. ; SPAAN, H.: Ultra-precision 3D coordinate metrology results showing 10nm accuracy. In: *The 11th international symposium of measurement technology and intelligent instruments*, 2013, S. 1–5
- [134] WIDDERSHOVEN, I. ; BAAS, M. ; SPAAN, H.: Tactile coordinate metrology fur ultra-precision measurement of optics: Results and intercomparison. In: *Proceedings to 2014 ASPE Summer Topical Vol 48*, 2014, S. 92–97
- [135] WILSON, T. (Hrsg.): *onfocal Microscopy*. Academic Press, 1990
- [136] YATAGAI, T. ; SAITO, H.: Interferometric testing with computergenerated holograms: aberration balancing method and error analysis. In: *Appl. Optics* 17 (1978), S. 558–565
- [137] YOSHIKUNI, K. ; MURAO, T. ; MASUI, J. ; IMANAKA, R. ; OKINO, Y.: Ultrahigh accuracy 3-D profilometer. In: *Appl. Opt.* 26 (1987), Nr. 9, S. 1647–1653
- [138] ZEMAX: *version 13 Release 2 SP4 (64bit)*. Radiant Zemax Europe Ltd., 2014
- [139] ZERNIKE, F.: Diffraction Theory of Knife-edge Test and its Improved Form, the Phase Contrast Method. In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 94 (1934), S. 337–384
- [140] ZHANG, L. ; TIAN, C. ; LIU, D. ; SHI, T. ; YANG, Y. ; WU, H. ; SHEN, Y.: Non-null annular subaperture stitching interferometry for steep aspheric measurement. In: *Appl. Opt.* 53 (2014), Nr. 25, S. 5755–5762
- [141] ZHAO, Z. ; ZHAO, H. ; GU, F. ; DU, H. ; LI, K.: Non-null testing for aspheric surfaces using elliptical sub-aperture stitching technique. In: *Opt. Express* 22 (2014), Nr. 5, S. 5512–5521

Danksagung

Ich möchte mich bei allen bedanken, die mich beim Erstellen dieser Arbeit unterstützt haben.

Herrn Prof. Dr. Wolfgang Osten für die Betreuung dieser Arbeit als Doktorvater, für die fachlichen Unterstützung und die Vergabe des spannenden Forschungsthemas.

Herrn Prof. Dr. Robert Schmitt vom WZL der RWTH-Aachen für die Übernahme des Mitberichters.

Herrn Christof Pruss für die Leitung der Forschungsgruppe, die fachliche Unterstützung und die vielen Diskussionen.

Den weiteren Mitgliedern meiner Forschungsgruppe Johannes Schindler, Alexander Bielke, Thomas Schoder und Jan Beneke für die gute fachliche Zusammenarbeit, die produktiven Diskussionen und für die angenehme Atmosphäre am Arbeitsplatz.

Meinen Projektpartnern insbesondere Jens Siepmann und Ines Fortmeier für die gute Zusammenarbeit.

Frau Katja Costantino und Frau Christina Hübl für die Hilfe bei der Bewältigung der Verwaltungsaufgaben.

Herrn Thomas Schoder, Herrn Ralf Knoll sowie Herrn Andreas Lorenz für die Unterstützung bei technischen Dingen.

Den Entwicklern der itom-Software insbesondere Marc Gronle für die viele Arbeit, die in diese Software gesteckt wurde, sowie den wirklich vorbildlichen Support.

Allen weiteren Kollegen des ITO, die hier aus Platzgründen nicht namentlich erwähnt werden können, für den fachlichen Austausch und die angenehme Zeit am Institut.

Außerdem danke ich meinen Eltern, meinen beiden Brüdern und Anastasia für die moralische Unterstützung.

ISBN 978-3-923560-85-1